ESTUDIOS SOBRE PUENTES DE MADERA

CON UN ENSAYO PRÉVIO
DE CLASIFICACION DE LAS CARGAS RODANTES
PARA LAS VÍAS CARRETERAS DE CHILE

(Continuacion)

CAPÍTULO IX

De las vigas-barandas

§ I.—DESCRIPCION

96. *Vigas usuales, sus inconvenientes.*—Sucede con frecuencia que por falta de altura disponible entre el nivel de aguas altas i el del camino, no se puede evitar el empleo de vigas-barandas. Para los puentes de madera, estas vigas son jeneralmente de celosía de grandes claros, con cabezas rectas paralelas, montantes estendidos i diagonales comprimidas. Todas las piezas son de madera. Los montantes se fijan a las cabezas por medio de pernos mixtos. Hemos podido comprobar en muchos casos que las estremidades de los montantes se desgarran de tal manera que no pueden resistir ya por estension. Sin duda podria calcularse el diámetro i la posicion de los pernos, de tal modo que los estremos de los montantes puedan resistir con toda seguri-

dad el esfuerzo que tiene que soportar la pieza. Pero hai que notar que el perno obra en el sentido de las fibras, es decir, en la direccion segun la cual la madera se rasga con mayor facilidad. Ademas, se emplean muchas veces maderas que no son bastante secas, lo que disminuye aun la resistencia. Síguese que las piezas se encuentran en malas condiciones de trabajo i que seria preferible adoptar otra solucion.

97. *Vigas Howe.*—La *Viga Howe* parece mas racional. Sustituye a los montantes de madera fijados por pernos mixtos, tirantes de fierro de diámetro variable segun el esfuerzo que deben soportar, i las diagonales comprimidas de madera toman apoyo sobre zoquetes fijados a las cabezas i atravesados por los tirantes. Varios puentes de este sistema han sido construidos en Chile en estos últimos años, i se encuentran en buenas condiciones de resistencia. Es lo que nos induce a estudiar los puentes del sistema Howe para los tramos usuales.

Rara vez se emplean vigas-barandas para luces inferiores a diez metros, i en Chile, en la mayor parte de los casos los tramos no pasan de 20 metros. Por este motivo, nuestro estudio se limitará a luces comprendidas entre 10 i 20 metros.

Para tramos que se acercan de 10 metros seria difícil dar a las vigas una altura mayor de 2 metros, sin que de ello sufra el buen aspecto de la obra. Para tramos próximos de 20 metros, esta altura puede ser de 2 metros 50 centímetros i hasta de 3 metros. Los montantes i las viguetas distan jeneralmente una lonjitud igual a la altura de las vigas, de manera que las diagonales tengan una inclinacion de 45.°

Estudiaremos los tramos de 10, 12, 14, 16, 18 i 20 metros, con vigas de 2 metros de altura i montantes distantes de la misma cantidad. Estudiaremos tambien los tramos 10, 12 metros 50 centímetros, 15 i 17 metros 50 centímetros con vigas de 2 metros de altura i montantes distantes de 2 metros 50 centímetros. Por fin, examinaremos el caso de tramos de 17 metros 50 centímetros i 20 metros con vigas de 2 metros 50 centímetros de altura i montantes distantes 2 metros 50 centímetros.

Las viguetas se colocarán frente a los montantes i debajo de las cabezas inferiores, quedando sostenidas por los mismos tirantes de la viga. Adoptaremos para las viguetas piezas de

30 × 30 centímetros, armadas por medio de un tirante i de un pendolon. Esta solucion nos parece preferible, porque disminuye el peso muerto del puente. Sobre las viguetas se colocarán cinco filas de longuerinas, cuyas dimensiones estarán relacionadas con la distancia entre las viguetas, i que servirán de apoyo a un doble entablado de 0,m. 10 i 0,m. 05 de espesor. El entablado inferior cubrirá todo el ancho del puente que es de 5 metros, i al entablado superior se le colocará solamente sobre la vía carretera que tiene 3 metros 80 centímetros de ancho. Guarda-ruedas de 20 × 20 centímetros limitarán esta vía.

Hemos calculado anteriormente las longuerinas i las viguetas. Nos bastará calcular las vigas-barandas.

§ 2.—CÁLCULO DE LAS VIGAS

Es sabido que en las vigas de celosía los momentos de flexion máximas sirven para el cálculo de las cabezas, i los esfuerzos de corte máximos, en cada paño, para el cálculo del enrejado que comprende las diagonales i los montantes.

En estos cálculos, hai que tomar en cuenta: 1.° el peso muerto; 2.° la carga rodante; 3.° la sobrecarga que proviene de un agrupamiento de personas.

Vamos a examinar cada uno de estos modos de solicitacion para los esfuerzos de corte i para los momentos.

98. *Cargas que sirven para el cálculo.*—Como en los casos anteriores, la *carga rodante* será una carreta de 8 toneladas sobre un solo eje con tres yuntas de bueyes, en todo conforme a la carga de tercera clase indicada en la lámina I. La *carga uniforme* o la *sobrecarga lateral* será de 400 kgs. por m.^{2}.

Para el *peso muerto*, adoptaremos las cargas siguientes, que se acercan bastante a la realidad:

Para	tramos de	10 m.	el peso	muerto será de	1,600 kgs.	por	metro	corrido	de puente
"	"	12	"	"	1,660 kgs.	"	"	"	"
"	"	14	"	"	1,720 kgs.	"	"	"	"
"	"	16	"	"	1,780 kgs.	"	"	"	"
"	"	18	"	"	1,840 kgs.	"	"	"	"
"	"	20	"	"	1,900 kgs.	"	"	"	"
"	"	12.50	"	"	1,675 kgs.	"	"	"	"
"	"	15	"	"	1,750 kgs.	"	"	"	"
"	"	17.50	"	"	1,825 kgs.	"	"	"	"

99. *Esfuerzos de corte.*—1.° *Peso muerto.*—La determinacion de los esfuerzos de corte debidos al peso muerto no sufre ninguna dificultad. Se supone este peso reducido a una série de fuerzas aisladas aplicadas en los nudos.

2.° *Carga rodante.*—Hemos indicado anteriormente (capítulo I) las cargas rodantes-tipos que conviene adoptar en cada caso dado. Hemos mostrado al mismo tiempo las simplificaciones que resultan en los cálculos de reemplazar las cargas aisladas por cargas uniformes que produzcan los mismos efectos. Así el esfuerzo de corte correspondiente a una lonjitud sobrecargada l' se obtiene directamente por la fórmula

$$K = \frac{\frac{1}{2}\, p'\, l'^2}{l} \tag{40}$$

siendo dados los momentos jiratorios $\frac{1}{2}\, p'\, l'^2$ por el cuadro número 17 (pájina 39) para valores de l' que varian de metro én metro, desde 4 metros hasta 20 metros, i de 5 en 5 metros, desde 20 metros hasta 50 metros, si fuera necesario.

Sin embargo, hai que notar que esta trasformacion de cargas rodantes en cargas uniformes ha sido obtenida suponiendo que el tren de carga se mueve directamente sobre la viga. Jeneralmente las cosas no pasan así. Las cargas se trasmiten a las vigas principales por medio de las longuerinas i viguetas, de suerte que el sistema de fuerzas móviles se reduce a una série de fuerzas aisladas fijas pero variables, aplicadas en los nudos. Habrá, pues, que examinar la influencia de las viguetas i longuerinas sobre el valor de los esfuerzos de corte, calculados segun la fórmula que indicamos mas arriba.

Influencia de las Viguetas sobre el valor de los esfuerzos de corte.—Sea un puente con vigas de celosía $A\ B$ (lám. IX, fig. 1), viguetas a, b, c,... i longuerinas, recorrido por una fuerza aislada P. Se demuestra con suma facilidad que si una fuerza P se mueve sobre las longuerinas de un paño $a\ b$ el esfuerzo de corte queda nulo en éste paño, cuando P alcanza cierto punto o, llamado *punto de separacion* del paño, i que es tal que o divide la viga $A\ B$ i el paño $a\ b$ en dos partes que tengan entre sí una misma razon. El esfuerzo de corte es positivo o negativo en toda la estension del paño $a\ b$, segun que P se encuentra a la derecha o a la izquierda de *o*, produciéndose el máximo negativo cuando *P* llega en *a*. Ademas, toda fuerza colocada a la derecha de *o* produce en *a b* un *K* positivo, i toda fuerza colocada a la izquierda de *a* produce en *a b* un *K* negativo, tanto mayor cuanto mas importante será la fuerza i mas cerca se encuentre del punto *a*.

De estas consideraciones, se deduce inmediatamente la posicion mas desfavorable de la carga móvil en el caso de los puentes carreteros. Efectivamente, el "tren de carga" se compone de un eje pesado *P* i de una série de yuntas de un peso mucho menor. Para mayor facilidad supongamos que las cargas se muevan en el plano de la misma viga, i que las fuerzas se trasmitan por medio de las viguetas. Para obtener el esfuerzo de corte máximo en el paño *m*, habrá que colocar al eje *P* en *a* i estender al tren de carga a la izquierda de *a* hasta el estremo *A* del tramo, tomando cuidado de descargar el puente a la derecha del punto de separacion *o*. Ademas, si es posible colocar una fuerza entre *a* i *o*, hai que hacerlo. Pero, examinando los trenes de carga (lám. I) se ve que la distancia mínima entre el eje *P* i la primera fuerza del tren que sigue es de 4 metros. Como en la práctica la distancia *a b* de las viguetas excede mui rara vez de 4 metros, se puede decir que, por lo jeneral, no habrá fuerza entre *a* i *o*, i que el esfuerzo de corte máximo del paño corresponde al caso en que la cabeza del tren, formada por el eje, se encuentra frente a la vigueta *a*. En este caso el esfuerzo de corte del paño *a b* será igual a la reaccion de las fuerzas sobre el apoyo *B*.

Pero, en el caso en que el mismo sistema de fuerzas obrara directamente sobre la viga, el esfuerzo de corte en toda la parte sin carga seria tambien igual a la reaccion sobre el apoyo *B*, reaccion que es la misma que en el caso que precede, porque se trata de dos sistemas státicamente equivalentes. Síguese que, desde el momento que la cabeza del tren está frente a una de las viguetas, *la reparticion de las fuerzas sobre las viguetas no cambia de ninguna manera el valor del esfuerzo de corte máximo, que se calculará pues por la fórmula* (40). Hai que notar que, para tener el esfuerzo de corte máximo del paño m, la lonjitud sobrecargada será:

$$l' = (m - 1)\ \delta$$

δ distancia de las viguetas.

Hemos juzgado necesario estendernos algo sobre este punto por dos motivos:

En el caso de los puentes de ferrocarriles, las condiciones de solicitacion pueden ser distintas de las que preceden. A veces delante de las ruedas motrices van las ruedas del bogie de menor peso i distantes de las primeras de 2 a 3 metros. En este caso, el $K_{\text{máx}}$ podria no corresponder a la posicion del tren en que la primera rueda de la máquina llega sobre la vigueta a, i así resultarian errores del uso de las cargas uniformes equivalentes.

Conocidas las cargas uniformes equivalentes a las cargas rodantes, se considera a veces estas cargas *virtuales* como cargas reales, i se las estiende hasta el interior (jeneralmente la mitad) del paño que se considere. Operando así, se hace un doble error, en primer lugar sobre la lonjitud sobrecargada, i en segundo lugar sobre la carga uniforme que corresponde a esta lonjitud.

Las consideraciones emitidas mas arriba no dejan duda a este respecto, i muestran que la lonjitud sobrecargada comprende la distancia entre el apoyo A de la viga i el montante a a la izquierda del paño que se examina.

3.° *Sobrecargas uniformes que provienen de un agrupamiento de personas.*—En este caso, para la determinacion de los esfuerzos de corte máximos, se estiende muchas veces la carga desde A hasta la mitad del paño que se considera, se trasforma despues esta carga en una série de fuerzas aisladas aplicadas en los nudos, i se admite como $K_{\text{máx}}$ la reaccion de estas fuerzas sobre el apoyo B. Este modo de proceder, aunque sea inexacto, se emplea muchas veces por su sencillez.

En realidad, para tener el verdadero $K_{\text{máx.}}$, hai que correr la carga hasta el punto de separacion o del paño, i si l' es la lonjitud sobrecargada correspondiente, i z la distancia $a\,o$, el $K_{\text{máx}}$ se obtiene por la fórmula

$$K_{\text{máx.}} = \frac{\frac{1}{2}\,p\,l'^2}{l} - \frac{\frac{1}{2}\,p\,z^2}{\delta}$$

teniendo cuidado de dar a p el valor que le corresponde segun el modo de solicitacion. Hai varios métodos gráficos i numéricos para la determinacion del punto de separacion, i de los dos términos que entran en la espresion de $K_{\text{máx.}}$, pero los procedimientos empleados no dejan de ser molestos. Es preferible adoptar un nuevo método que simplifica mucho la cuestion.

Hemos demostrado (1) que la espresion de $K_{\text{máx.}}$ en el paño de órden m de una viga de n paños, cuando la carga corre hasta el punto de separacion de este paño, puede ponerse bajo la forma

$$K_{\text{máx.}} = p\;\delta \times \tfrac{1}{2}\frac{(m-1)^2}{n-1} \qquad (41)$$

o

$$K_{\text{máx.}} = C \times \alpha$$

haciendo

$$C = p\;\delta \qquad\qquad \alpha = \tfrac{1}{2}\frac{(m-1)^2}{n-1}$$

El producto $p\,\delta = C$ es propio a cada estudio particular de puente. Por eso lo hemos llamado la *característica* del proyecto, i se calculará con suma facilidad en cada caso particular. Por lo que se refiere al *coeficiente* α, es completamente independiente de las dimensiones absolutas del tramo, i solo es funcion del número de órden m del paño que se considera i del número total de paños n. Se puede, pues, calcular los coeficientes α una vez por todas. El *Cuadro núm. 24* contiene los valores de α para valores de n desde 2 hasta 15, variando m desde 1 hasta n. Las columnas verticales se refieren a los distintos valores de n

(1) Véase *Nota sobre el cálculo de los esfuerzos de corte máximos en las vigas de celosía, bajo la accion de una sobrecarga uniforme móvil* por G. OTTEN, *Anales de la Universidad* de Chile, tomo LXXXIV, Agosto de 1893, p. 653.

i las columnas horizontales dan los valores correspondientes para el paño número m desde el apoyo izquierdo.

CUADRO NÚM. 24

$$\text{Valores de } a = \tfrac{1}{2}\frac{(m-1)^2}{n-1}$$

Valores de m	VALORES DE n														Valores de m
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0,500	0,250	0,167	0,125	0,100	0,083	0,072	0,063	0,056	0,050	0,045	0,042	0,038	0,036	2
3	......	1,000	0,667	0,500	0,400	0,333	0,286	0,250	0,222	0,200	0,182	0,167	0,154	0,143	3
4	......	......	1,500	1,125	0,900	0,750	0,643	0,563	0,500	0,450	0,409	0,375	0,346	0,321	4
5	......	......	......	2,000	1,600	1,333	1,143	1,000	0,889	0,800	0,727	0,665	0,615	0,571	5
6	......	......	......	......	2,500	2,083	1,785	1,563	1,389	1,250	1,136	1,042	0,962	0,893	6
7	......	......	......	......	......	3,000	2,572	2,250	2,000	1,800	1,636	1,500	1,385	1,285	7
8	......	......	......	......	......	......	3,500	3,063	2,722	2,450	2,227	2,042	1,885	1,750	8
9	......	......	......	......	......	......	......	4,000	3,556	3,200	2,909	2,666	2,462	2,285	9
10	......	......	......	......	......	......	......	......	4,500	4,050	3,682	3,375	3,115	2,893	10
11	......	......	......	......	......	......	......	......	......	5,000	4,545	4,166	3,846	3,572	11
12	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......	5,500	5,040	4,654	4,322	12
13	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......	6,000	5,539	5,143	13
14	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......	6,500	6,035	14
15	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......	......	7,000	15

$$K_{max} = p\,\delta \times C$$

p = carga uniforme por metro corrido.
δ = distancia de las viguetas.

Por medio de este cuadro, será fácil calcular los esfuerzos de corte máximos debidos a una sobrecarga uniforme móvil. Si p es la carga por metro corrido, i δ la distancia de las viguetas, se calculará luego la característica

$$C = p\,\delta$$

i en el caso de un puente que tiene n paños, bastará multiplicar los coeficientes convenientes de la columna n por la característica C para tener inmediatamente los esfuerzos de corte máximos.

Valor de p.—En el caso que nos ocupa, p resultará de las sobrecargas laterales o de las sobrecargas que cubran todo el ancho del puente.

a) Sobrecargas laterales.—Hemos mostrado (Cap. I, p. 20) que el ancho libre necesario para el pasaje de las carretas es 3 metros 50 centímetros. Siendo de 5 metros el ancho libre entre barandas, queda un ancho disponible de 1 metro 50 centímetros para las sobrecargas laterales, que serán de 400 kgs. por m². Esta sobrecarga lateral será, pues,

$$p = 400^{k} \times 1.50 = 600 \text{ kgs. por metro corrido de puente.}$$

En el caso de viguetas distantes de 2 metros, la característica será:

$$C = p\,\delta = 600 \times 2 = 1{,}200 \text{ kgs.}$$

Para viguetas distantes de 2 metros 50 centímetros, tendremos:

$$C = p\,\delta = 600 \times 2.5 = 1{,}500 \text{ kgs.}$$

b) Sobrecargas uniformes sobre todo el ancho del puente. Hai que adoptarlas cada vez que da un estado de solicitacion mas desfavorable que la carga rodante. Esta sobrecarga será:

$$400^{k} \times 5 = 2{,}000 \text{ kgs. por metro corrido de puente.}$$

Para viguetas distantes de 2 metros, la característica será:

$$C = p\,\delta = 2{,}000 \times 2 = 4{,}000 \text{ kgs.}$$

Para viguetas distantes de 2 metros 50 centímetros, tendremos:

$$C = p\,\delta = 2{,}000 \times 2.5 = 5{,}000 \text{ kgs.}$$

4.° *Pasaje de la carga rodante a la carga uniforme de 400 kgs. por m^2.*

Como la carreta ocupa un ancho de 3 metros 50 centímetros, la carga uniforme que debe servir de término de comparacion con la carga rodante será:

$$400^{k} \times 3.50 = 1{,}400 \text{ kgs. por metro corrido de puente.}$$

Desde el momento que la carga uniforme equivalente a la carga rodante fuera inferior a 1,400 kgs., habria que adoptar la carga uniforme de 400 kgs. por m^2.

Es la marcha que siempre se sigue, i seria la verdadera solucion si el modo de solicitacion mas desfavorable de las cargas rodantes i de las cargas uniformes reales correspondiese a la misma lonjitud sobrecargada.

En realidad, las cosas no pasan así. Lo que tenemos que buscar es el esfuerzo de corte máximo del paño; es decir, que para que la comparacion entre las cargas rodantes i las cargas uniformes sea exacta, hai que tomar en los dos casos el estado de solicitacion mas desfavorable; i, por lo tanto, correr la carga rodante hasta el nudo a a la izquierda del paño, i estender la carga de 400 kgs. por m^2 hasta el punto de separacion del paño. Tomando en cuenta estas consideraciones es como vamos a comparar las sobrecargas.

Consideremos el paño número m de una viga de lonjitud l, que tiene n paños de lonjitud δ. Tendremos

$$l = n\,\delta$$

Para la *carga rodante*, la lonjitud sobrecargada será

$$l' = (m - 1)\,\delta$$

i si p' es la carga uniforme que corresponde a l', el esfuerzo de corte del paño m será

$$K = \tfrac{1}{2}\, p' \frac{l'^2}{l}$$

o

$$K = \tfrac{1}{2}\, p' \frac{(m-1)^2}{n}\,\delta$$

Por otra parte, en el caso de una *carga uniforme*, p corre hasta el punto de separacion del paño, i es sabido que el esfuerzo de corte del paño se obtiene entónces por la relacion

$$K = p\,\delta \times \tfrac{1}{2}\frac{(m-1)^2}{n-1}$$

Síguese que el valor mínimum de p', desde el cual habrá que admitir la carga uniforme p se deducirá de la igualdad

$$\tfrac{1}{2}\,p'\frac{(m-1)^2}{n}\,\delta = p\,\delta \times \tfrac{1}{2}\frac{(m-1)^2}{n-1}$$

es decir

$$p' = \frac{n}{n-1}\,p$$

valor que no depende sino del número n de paños de la viga i de la carga uniforme p.

En el caso actual, tenemos

$$p = 1{,}400 \text{ kgs.}$$

Se puede calcular mui fácilmente los valores de p' que corresponden a una série de valores de n. Por medio del cuadro 17, que da las cargas uniformes correspondientes a varios valores de l', se podrá determinar en seguida por interpolacion segun una recta, los valores correspondientes de l'.

Hemos hecho estos cálculos para las cargas de 8 i 6 toneladas, que son las mas usuales, i para valores de n variando desde 4 hasta 15.

El cuadro número 25 da los resultados.

Para toda lonjitud sobrecargada, superior a la indicada para los valores correspondientes de n, hai que adoptar las cargas uniformes de 400 kgs. por m².

CUADRO N.° 25

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
p'	1866	1750	1680	1633	1600	1575	1556	1540	1527	1516	1507	1500
8ᵗ	10ᵐ,57	11,64	12,37	12,83	13,14	13,38	13,57	13,72	13,84	13,95	14,07	14,36
6ᵗ	7ᵐ,91	8,58	8,98	9,39	9,68	9,91	10,11	10,19	10,47	10,58	10,68	10,76

100 Aplicaciones.—Los métodos de cálculo que acabamos de esponer han sido aplicados a la série de los puentes cuyo estudio nos hemos propuesto hacer, es decir: 1.º A los puentes de 10, 12, 14, 16, 18 i 20 metros de luz con viguetas distantes de 2 metros i vigas de 2 metros de altura entre los ejes de las cabezas; 2.º A los puentes de 10, 12 metros 50 centímetros, 15, 17 metros 50 centímetros de luz con viguetas distantes de 2 metros 50 centímetros i vigas de 2 metros de altura, medida de eje a eje de las cabezas; 3.º A los puentes de 17 metros 50 centímetros i 20 metros de luz con una distancia de viguetas i una altura de vigas de 2 metros 50 centímetros. Hemos reunido los resultados que se refieren a los esfuerzos de corte i a los montantes i las diagonales, en los cuadros números 26 i 27 adjuntos.

Para mostrar claramente el modo de operar, no será inútil desarrollar en detalle las operaciones que se refieren a uno de los casos antedichos.

Aplicacion.—Determinar las dimensiones de los montantes de fierro i de las diagonales de madera de las vigas-barandas, sistema Howe, de un puente de 16 metros de largo i 5 metros de ancho libre, siendo de 2 metros la distancia de las viguetas i montantes, i de 2 metros la altura de las vigas medida de eje a eje de las cabezas.

La carga rodante será de 8 toneladas, i la carga uniforme, de 400 kgs. por m^2. Se avalúa el peso muerto a 1,780 kgs. por metro corrido de puente.

Las líneas 12 a 16 del cuadro número 26 se refieren a este caso.

Límite superior de la accion de la carga rodante.—Como los paños tienen una lonjitud de 2 metros, el número de paños será $\frac{16}{2} = 8$, a lo cual corresponde, segun el cuadro número 25, el límite superior de 13 metros 14 centímetros para la accion de la carga rodante (columna 4, línea 12).

Carga rodante.—Como para el primer paño $(m = n = 8)$, la lonjitud sobrecargada sería de 14 metros > 13 metros 14 centímetros, no hai que tomar en cuenta la carga rodante. Al contrario, para los paños siguientes que tienen lonjitudes sobrecargadas de 12, 10, 8 i 6 metros, la carga rodante da el estado de solicitacion mas desfavorable. El esfuerzo de corte será

$$K = \frac{\frac{1}{2} p'^2 \, l'^2}{l}$$

Los momentos jiratorios $\frac{1}{2} p' \, l'^2$ (col. 7, líneas 13 a 16) provienen directamente del cuadro 17, col. 7, para las lonjitudes correspondientes. La division de estos números por la lonjitud del tramo $l = 16$ m. da inmediatamente los esfuerzos de corte debidos a la carga rodante en los varios paños de la viga (col. 9, líneas 13 a 16)

Sobrecargas uniformes.—Cualquiera que sea la carga uniforme móvil, sabemos que siempre el esfuerzo de corte máximo de un paño m se obtiene por la fórmula

$$K_{\text{máx.}} = C \times a$$

no dependiendo a sino de m i de n.

El cuadro número 24 da para $n = 8$ i m comprendido entre 8 i 4, los coeficientes a inscritos en la columna 8, líneas 12 a 16. Bastará multiplicarlos por el valor conveniente de C, para tener los esfuerzos de corte debidos a la sobrecarga uniforme móvil.

Cuando no hai carga rodante, como sucede en el primer paño la carga uniforme cubre todo el ancho del puente i tendremos

$$p = 400^{k} \times 5 = 2{,}000 \text{ kgs.}$$

Síguese que

$$C = p\delta = 2{,}000 \times 2 = 4{,}000 \text{ kgs.}$$

Para los otros paños no quedan sino las cargas laterales que se estienden sobre un ancho de 1 metro 50 centímetros.

En este caso

$$p = 400 \times 1.50 = 600 \text{ kgs.}$$

i

$$C = p \, \delta = 600^{k} \times 2 = 1{,}200 \text{ kgs.}$$

La columna 10, líneas 12 a 16, da los valores de los productos.

$C \times \alpha = K_{\text{máx.}}$ de la carga uniforme.

Peso muerto.—Siendo de 1, 780 kgs. el peso muerto, la carga en cada nudo será

$$1{,}780^{k} \times 2 = 3{,}560 \text{ kgs.}$$

Reduciendo así el peso a una série de fuerzas aisladas de 3,560 kgs. aplicadas en los nudos, se ve luego que los esfuerzos de corte tienen en los distintos paños los valores inscritos en la columna 11, líneas 12 a 16.

Esfuerzos de corte máximos totales.—La suma de los esfuerzos indicados en las columnas 9, 10 i 11, da el esfuerzo de corte máximo total en los distintos paños (col. 12).

Montantes.—Para las vigas Howe, el esfuerzo de corte de un paño da directamente el esfuerzo de estension del montante que se encuentra al *lado derecho* del paño, o de una manera jeneral del primer montante *descargado.* Como los esfuerzos de corte de la columna 12 se refieren a las dos vigas, hai que tomar la mitad de los números obtenidos. De ahí se deducen los esfuerzos de la columna 14. Las columnas 15 i 16 indican el diámetro del fierro i el trabajo máximo por mm.².

Diagonales.—Sea α la inclinacion de la diagonal sobre la horizontal. El esfuerzo de compresion de cada pieza será

$$\frac{K_{\text{máx.}}}{2 \cos \alpha}$$

En este caso $\alpha = 45^{\circ}$ $\cos \alpha = 0{,}707$.

Tendremos

$$\text{esfuerzo de compresion} = \frac{K_{\text{máx.}}}{2 \times 0{,}707} = \frac{K_{\text{máx.}}}{1{,}414}$$

Las columnas 18 a 21 indican los esfuerzos máximos de las diagonales, la seccion de las maderas, el trabajo máximo real i el trabajo máximo admisible.

Este último se calculó por la fórmula

$$R' = R \frac{1}{1 + 0\,006\ r^{2}}$$

R = taso de trabajo a la compresion simple = 70 kgs. por cm.^{2}.

r = lonjitud relativa de la pieza $= \frac{l}{h}$

l = lonjitud libre de la diagonal.

h = la menor dimension trasversal de la pieza.

101. *Momentos de flexion.* —1.° *Peso muerto.*—Suponiendo el peso muerto uniformemente repartido sobre la viga, el momento máximo, que se produce en la mitad de la viga, será

$$M_{\text{max.}} = \tfrac{1}{8}\, p_m\, l^2$$

2.° *Carga rodante.*—Hemos determinado anteriormente (Capítulo I) las cargas uniformes equivalentes a las cargas rodantes para el momento máximo en la mitad del tramo, momento obtenido colocando la carga mayor del tren de prueba en el punto medio, i suponiendo ademas que las fuerzas obraban directamente sobre las vigas.

Examinemos el caso de una viga $A\ B$ con viguetas a, b, recorrida por un sistema de fuerzas móviles. Considerando directamente las fuerzas, el lugar será un polígono $A\ C\ D\ E\ F\ B$; (lám. IX fig. 2) pero haciendo la descomposicion de las fuerzas en sus componentes frente a las viguetas, el lugar de los M será un polígono $A\ c\ d\ e\ f\ F\ B$, inscrito en el lugar que precede, encontrándose los puntos de contacto de los dos polígonos frente a las viguetas. La reparticion de las fuerzas aisladas sobre las viguetas no cambia, pues, el valor de los momentos frente a estas piezas. Síguese inmediatamente, que si hai una vigueta en la mitad del tramo, i si el sistema de las fuerzas solicitantes es simétrico respecto al eje lonjitudinal del puente, el verdadero momento máximo es el mismo que si las fuerzas simétricas recorrieran directamente las vigas. Por consiguiente, las cargas uniformes indicadas en el cuadro número 16, darán resultados exactos.

Si no hai vigueta en la mitad del puente, colocando en este punto la carga de mayor peso, el momento máximo verdadero, que se refiere a esta posicion, será menor que el que se obtendria sin tomar en cuenta la reparticion de las fuerzas solicitantes sobre las viguetas i que resulta de las cargas uniformes del cuadro número 16. Pero, no es a esta posicion de la carga a lo que corresponde en realidad el momento máximo. Hai que colocar la carga mayor sobre la vigueta mas cercana de la mitad del puente i así se obtendrá un momento que se acercará al que se obtiene por las cargas uniformes, aunque siempre quede inferior a este último. De lo que precede se desprende que en todos los casos podrán emplearse las cargas uniformes p de las tablas, para el cálculo del momento máximo, en la mitad del tramo, sin hacer la reparticion de las fuerzas sobre las viguetas. El momento máximo, debido a la carga rodante, se obtendrá siempre por la fórmula

$$M = \tfrac{1}{8}\, p\, l^2$$

3.° *Sobrecargas laterales.*—Para tener el momento máximo en la mitad del tramo, hai que estender la carga sobre todo el largo del puente. Considerando esta carga como uniformemente repartida, el momento será

$$M_1 = \tfrac{1}{8}\, p_1\, l^2$$

Momento máximo total.—Tendremos

$$M_{\text{max.}}\ \text{total} = \tfrac{1}{8}\, \Sigma\, p\, l^2$$

$$\Sigma\, p = p_m + p + p_1$$

4.° *Pasaje de la carga rodante a la carga uniforme* de 400 kilógramos por m.²

El cuadro número 16 indica los tramos, límites desde los cuales habrá que pasar de la carga rodante a la carga uniforme, admitiendo por la carreta un ancho libre de 3 metros 50 centímetros.

102. *Cálculo de las Cabezas.*—El cálculo de las cabezas es mui

sencillo. La tasa del trabajo se deducirá de la fórmula fundamental conocida

$$\frac{T}{s}\frac{I}{V}=M_{\text{max.}}$$

Acabamos de ver el modo de calcular el momento máximo.

Valor de $\frac{I}{V}$. Si llamamos H la altura entre las caras esteriores de las cabezas, h la altura al interior, i si b es el ancho de las maderas, (lám. IX. fig. 3) tendremos la fórmula conocida

$$\frac{I}{V}=\frac{b}{6H}(H^3-h^3)$$

Es por medio de esta fórmula que hemos calculado el valor de los módulos de flexion. Tratándose de piezas de dimensiones desiguales no es indiferente colocarlas paradas o acostadas. El máximum de resistencia corresponde al caso en que dichas piezas están acostadas, quedando la misma la altura H de eje a eje de las cabezas. Los módulos de flexion han sido calculados por este caso.

Valor de $\frac{T}{s}$. El trabajo máximo para la cabeza superior que trabaja por compresion, ha sido calculado por la fórmula conocida

$$\frac{T}{s}=\frac{R}{1+0{,}006\,r^2}$$

Damos a continuacion el Cuadro número 28, que contiene los elementos que nos han servido para el cálculo de las cabezas de los diferentes tramos que hemos estudiado:

CUADRO NÚM. 28

Lonjitud	Altura	Seccion	Carga uniforme por metro corrido de puente	Momento máximo por cada viga	$\frac{I}{V}$	Trabajo máximo por centímetro cuadrado	
						real	admisible
metros	metros						
10	2	20 × 20	3905	24406	72970	33,4	36,1
12	"	20 × 25	3767	33903	91210	37,1	36,1
14	"	25 × 25	3720	45570	111689	40,8	43,8
16	"	25 × 30	3780	60480	134030	45,1	43,8
18	"	30 × 30	3840	77760	157700	49.3	49,7
20	"	30 × 35	3900	97500	183980	52,9	49,7
12,50	"	20 × 25	3732	36443	91210	39.9	36,1
15	"	25 × 30	3750	52735	134030	39,4	43,8
17,50	"	30 × 30	3825	73213	157700	46,4	49,7
17,50	2,50	25 × 30	3825	73213	171020	42,8	43,8
20	"	30 × 35	3900	97500	203840	47,8	49,7

GUILLERMO OTTEN
Injeniero honorario de Puentes i Calzadas de Béljica,
contratado por el Gobierno de Chile

(Concluirá)