



## PROYECTO DE PROGRAMA

PARA LOS CURSOS DE TOPOGRAFÍA I JEODESIA DE LA  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS I MATEMÁTICAS

PRESENTADO AL CONSEJO DE PROFESORES PARA SU APROBACION



Al preparar los siguientes programas de Topografía i Jeodesia para la enseñanza universitaria, hemos tenido presentes, tanto las tendencias a darle un carácter práctico a esa enseñanza, que han impulsado a reformar el antiguo plan de estudios, como la índole de los trabajos que pueden tener que efectuar en el país los que van actualmente a cursar esos ramos; así, el objeto principal de nuestras lecciones será, no preparar a los alumnos para hacer nuevas investigaciones teóricas, sino *ponerlos en aptitud de discernir los métodos que han de emplear, de elegir i manejar los instrumentos de que se han de valer, i de ejecutar en el terreno i en la oficina todas aquellas operaciones que recaen dentro de la práctica del levantamiento de planos para cualquier propósito profesional*; se procurará, sin embargo, en lo posible, impartirles, además de los conocimientos fundamentales i generales de ámbos ramos, las informaciones necesarias acerca de las fuentes de estudio i consulta adonde el ingeniero

jeógrafo puede dirijirse en busca de elementos para profundizar cualquier cuestion, cuando un objeto especial así lo requiera.

Las operaciones *topográficas* que el ingeniero tiene que practicar en Chile con mayor frecuencia son: la mensura de campos para subdivision de propiedades; estudios de planos i nivelacion para ubicar caminos, canales o vias férreas; trazado de deslindes para entrega de terrenos; planos especiales para estudio de represas, provision de agua potable, o explotaciones agrícolas e industriales, etc.; i debe preverse el caso no remoto de que tenga tambien que levantar planos topograficos jenerales para propósitos administrativos, catastrales o fiscales de cualquier jénero.

En todas estas operaciones domina todavía el carácter de *largo alcance* sobre el de la minuciosidad, debido, por una parte, a la menor subdivision, mas injenierosa utilizacion i menor valor del terreno; i por otra, a la profunda pendiente en todo sentido, que caracterizan a Chile en comparacion con las naciones del viejo mundo. Por esta razon hemos estimado innecesario entrar en todo el desarrollo que allá se le da a la *taquometría de precisión*, i hemos introducido, en cambio, los *levantamientos fotográficos*, llamados a producir en nuestros valles andinos el mismo espléndido resultado que dan actualmente en las *Rocky Mountains* del Canadá.

En el curso de *Jeodesia* ha de adquirir el ingeniero, segun el nuevo plan, ademas de la *Trigonometría esférica*, los conocimientos de *Astronomía* cuya aplicacion puede ocurrir en el ejercicio de su profesion, o sea aquella parte de la astronomía esférica que se ocupa de la determinacion de las coordenadas jeográficas locales, i que llamamos *Astronomía Jeodésica*. La principal aplicacion de esta parte de la Jeodesia tiene lugar en las exploraciones jeográficas i expediciones jeodésicas, tan útiles para avanzar en el conocimiento del país, i hemos consagrado preferente atencion en nuestro programa al estudio de los instrumentos i procedimientos apropiados a esos trabajos.

Al mismo tiempo se hace necesario preparar a nuestros ingenieros para la ejecución de los cánvas jeodésicos que han de servir de base al levantamiento topográfico del país; para avanzar en este sentido hemos creído indispensable familiarizar al alumno con los procedimientos tan lójicos cuya difusión se deben a la escuela alemana de Gauss i Bessel, i que permiten al ingeniero deducir de sus observaciones los resultados mas próximos a la verdad i asignar un máximo a sus errores. Estos procedimientos han encontrado la mejor aceptación ante el jenio eminentemente práctico de los jeodestas norte-americanos, uno de cuyos autores dice en un libro reciente (1):

«La primera cosa que el jóven *Surveyor* debe saber apreciar es el *error proporcional* correspondiente al trabajo especial que le está encomendado. Debe conocer en su origen todas las causas de errores, su relativa importancia i el *costo de reducir tales errores*. No debe hacer cada parte de su trabajo con toda la exactitud posible, ni siquiera con una exactitud uniforme. El mejor ingeniero será aquel que sepa invertir en cada operación nada mas que el trabajo suficiente para obtener en los resultados la exactitud deseada.»

Consecuentes con estas ideas, hemos dado en nuestro programa mucha importancia a la precisión que comportan los métodos i los instrumentos, a la influencia de los errores de observación sobre los resultados i a la determinación de los valores mas probables de éstos.

Aunque los trabajos de Jeodesia superior i de Observatorio permanente se pueden considerar ajenos al radio profesional de nuestros ingenieros, les hemos dejado en el programa el lugar necesario para describir los rasgos jenerales que el que se consagra a esta profesion no debe ignorar.

ALEJANDRO BERTRAND

Santiago, Mayo 28 de 1894

(1) JOHNSON. *Theory and practice of Surveying*.

## PROGRAMA

### De topografía, geodesia i astronomía geodésica

#### INTRODUCCION

§ 1.—Definición i objeto de la ciencia de medir la superficie terrestre. Serie de operaciones que se efectúan para obtener una representacion del terreno; diversidad de condiciones en que se pueden efectuar.

Definición de los términos *agrimensura*, *topografía*, *geodesia*, *geomorfía*, *astronomía práctica*; radio de accion de cada uno de estos ramos.

§ 2.—Análisis de las operaciones elementales que envuelve toda mensura. Imposibilidad de la exactitud absoluta en las observaciones. Límites de precision teórico i práctico. Relacion entre la precision de las observaciones i la de los resultados; ejemplos. Condiciones a que debe sujetarse un sistema de observaciones para obtener un grado de precision determinado.

§ 3.—Enlazamiento de los datos con los resultados; por construcciones gráficas, por el cálculo; errores que se introducen; criterio de aproximacion.

§ 4.—La curvatura terrestre; su influencia en el sentido vertical; en el sentido horizontal; límite en que el terreno se puede representar sobre un plano sin deformacion sensible.

La tierra asimilada a una esfera; sus líneas principales; exceso esférico; límites en que se hace sensible.

El achatamiento; necesidad de una definicion geométrica para la tierra; el elipsoide de revolucion; líneas principales; diferencias en el largo de los grados de meridiano; límites en que se hace sensible.

Verdadera forma de la tierra; el geoide; progreso de la geomorfía moderna.

§ 5.—Formas locales i desigualdades de la superficie terrestre. Deficiones de *orografía* e *hipsometría*.

Caractéres orográficos aparentes; su gradacion insensible; contornos hidrográficos; su relacion íntima con aquéllos.

§ 6.—Clasificacion de los levantamientos del terreno, en su órden progresivo, dentro de una rejion.

Exploracion de rejiones desconocidas.

Reconocimientos topográficos.

Levantamientos topográficos limitados.

Nivelaciones.

Levantamientos hidrográficos.

Cáneas jeodésicas.

Levantamientos topométricos.

Estaciones jeodésicas i astronómicas.

§ 7.—Objeto i clasificacion de los instrumentos de mensura.

Instrumentos para individualizar puntos; visuales.

Instrumentos para medir ángulos entre rectas; ángulos diedros de arista vertical; ángulos o inclinaciones sobre el horizonte.

Instrumentos para medir distancias; alturas. Medida del tiempo. Medida del radio terrestre.

§ 8.—Representacion del terreno.

Sustitucion de la superficie terrestre por la de un cuerpo poliedro; de un cilindro, de un cono, de una serie de conos. Proyecciones *equivalentes* i *ortomorfas*. Proyecciones *perspectivas*.

Planos *geométricos*. Planos *jeográficos*; fijacion de los puntos por sus coördenadas.

Dibujo de planos; signos convencionales.

§ 9.—Objeto i clasificacion de los instrumentos empleados en la construccion i dibujo de planos.

Útiles de dibujo, medidas lineales.

Medidas angulares.

Copia i reduccion de planos.

Instrumentos para medir superficies.

## TOPOGRAFÍA

## CAPÍTULO PRIMERO

TEORÍA GEOMÉTRICA DE LOS MÉTODOS DE LEVANTAMIENTO USADOS EN TOPOGRAFÍA

§ 10.—*Planimetría.*

Principios geométricos en que se funda la determinación de un punto por otros dos: por rumbo i distancia; por intersecciones; por resección; por líneas auxiliares, abscisas i ordenadas; por paralaje; ángulo diastimométrico; fijo; variable; con dos paralajes.

Combinación de las operaciones anteriores para ejecutar levantamientos por radiación, por poligonación o rodeo, por triangulación.

Estaciones fuera del vértice; datos para la reducción al centro.

Datos necesarios para operaciones catastrales; determinación de superficies; entregas de tierras.

§ 11.—*Operaciones en terrenos inclinados.*

Reducción de una línea al horizonte.

Reducción de un ángulo al horizonte.

§ 12.—*Altimetría.*

Determinación de la altura de un punto respecto a otro por ángulos verticales.

Influencia de la curvatura de la tierra.

Determinación por partes de vertical medidas entre planos horizontales; cuando no interviene la curvatura; cuando interviene.

Determinación de puntos situados en un plano horizontal desde un punto elevado, por ángulos verticales.

Determinación de puntos situados en diversos planos, debajo de un horizontal dado por por medidas directas (sondajes).

§ 13.—*Perspectiva.*

Reconstitución de un ángulo en el plano horizontal por medio de la perspectiva vertical de dos puntos.

Reconstitución de la posición horizontal de dos puntos en el plano horizontal por dos perspectivas verticales.

## CAPÍTULO II

## TEORÍA MATEMÁTICA Y FÍSICA DE LOS INSTRUMENTOS DE TOPOGRAFÍA

§ 14.—Medida directa de líneas rectas; por juxtaposición; con contacto; sin contacto.

Medida de intervalos i espesores por cuñas; por tornillos micrométricos; por una regla auxiliar graduada; por verniers.

§ 15.—Fijacion de la vertical o del plano horizontal, por un cuerpo suspendido a un hilo; por la superficie de un líquido en reposo; por una burbuja de aire encerrada en un líquido dentro de un recipiente cóncavo.

§ 16.—Visuales directas; medios que tienen que atravesar; casos en que no influye la refracción. Coincidencias por cantos, por hilos i hendiduras; por plomadas.

§ 17.—Leyes de la reflexión. Espejos planos. Espejos cóncavos. Espejos convexos. Dispersion de la luz.

§ 18.—Leyes de la refracción. Prismas. Lentes: biconvexo; bicóncavo; convexo-cóncavo.

Acromatismo.

§ 19.—Teoría de los anteojos. Astronómico i terrestre. Oculares de Huygens i de Ramsden.

Retículo. Anteojos de uno i dos objetivos. Anteojos estadiométricos. Analatismo.

§ 20.—Visuales reflejadas; i refractadas coincidencia de imágenes por reflexión; por refracción. —Paralajes por reflexión. Por doble refracción.

Efectos de la refracción atmosférica en las visuales topográficas.

§ 21.—Medida de ángulos. Visuales paralelas al plano de medida; visuales proyectadas sobre el plano de medida; ejes de rotación.

Concepto geométrico del círculo goniométrico en general; vertical, horizontal; alt-azimutal. Condiciones teóricas.

Línea de visual central; excéntrica.

Medida de pequeños ángulos; micrómetros.

Medida de pendientes.

§ 22.—Lectura de ángulos; por uno o varios índices; por verniers. Disposición interior i exterior de los nonios.

§ 23.—Aguja imantada; declinacion; inclinacion. Variaciones; seculares; anuales; diurnas. Perturbaciones. Curvas isógonas.

### CAPÍTULO III

#### TEORÍA DE LOS MÉTODOS EMPLEADOS EN LA CONSTRUCCION DE PLANOS

§ 24.—Apreciacion de una escala; tolerancia en los errores gráficos.

Reconstitucion de los puntos del terreno, determinados; por rumbo i distancia; por intersecciones, por reseccion, por coordenadas.

Compensacion gráfica de errores en cada uno de estos métodos.

Reduccion de un ángulo al horizonte; al centro de estacion; construcciones gráficas.

§ 25.—Métodos analíticos.

Cálculo de una diferencia de alturas.

Cálculo de los lados de una triangulacion; de la posicion de un punto determinado por reseccion.

Compensacion de los errores por el cálculo.

Cálculo de coordenadas, en el método de poligonacion, de intersecciones, de reseccion.

### CAPÍTULO IV

#### ESTUDIO PRÁCTICO DE LOS INSTRUMENTOS DE TOPOGRAFIA

§ 26.—Materiales; maderas; bronce; acero; nickel; aluminio.

Partes principales. Trípodes; soportes; reglas metálicas, brazos; láminas; círculos; tubos. Resfuerzos. Ejes de rotacion; ejes concéntricos. Charnelas, quicios. Puntos de apoyo, resortes. Tornillos.



Movimientos; de resbalamiento, con cremallera; con frotamiento; con paso de hélice. De rotacion; topes; frenos; tornillos de presion; de tanjencia; de nivelacion.

Conecciones de un instrumento con el trípode. Rodilla; articulacion doble; suspension Cardan; casquete de frotamiento; cilindro de seccion elíptica.

Placas de 3 i 4 tornillos; sus disposiciones, ventajas e inconvenientes.

Graduaciones: sexagesimal i centesimal, divisiones usuales.

§ 27.—Pínulas; disposiciones diversas.

Anteojos; disposiciones usuales de los oculares inversos, directos, de reflexion i prismáticos.

Objetivo prismático.

Retículos; de hilos, de alambres, de vidrio grabado.

Hilos estadrimétricos; ángulos diastimométricos fijos i variables.

§ 28.—Señales permanentes i movibles.

Formas diversas de pirámides de piedra i madera.

Banderolas, piquetes, jalones, estacas, colimadores nocturnos o para túneles.

§ 29.—Medidas directas.

Cadenas; cintas de acero i jénero, alambres de acero; aparatos de tension.

Ciclómetros i odómetros.

Miras; de corredera; graduadas; diversos modos de pintarlas; escalas.

§ 30.—Goniómetros de corto alcance.

Escuadras; de pínulas; de reflexion; de refraccion.

Plancheta; variedades, materiales accesorios; grafómetro; pantómetro; brújula, ajuste i correcciones de estos instrumentos.

Formas de brújula usadas como accesorios en otros instrumentos. Brújula de reflexion, alt-azimut de bolsillo, comprobacion de la brújula.

§ 31.—Alt-azimutes usuales.

Teodolito; tránsito; de coliares; de anteojo central; de anteojo excéntrico, de anteojo horizontal prismático.

Círculos horizontales.

Ajustes i correcciones.

Tipos diversos de teodolito: frances, ingles, americano, aleman. Los Cleps.

§ 32.—La cámara fotográfica como goniómetro.

Formas diversas que se han propuesto: el cilindrógrafo i el fototeodolito.

Cámara del «Canadian Survey»: sus lentes, ajuste, i determinacion de sus constantes.

§ 33.—TELÉMETROS.

Sin hilos estadimétricos: uso del teodolito i sextante como telémetros: gradienter; omnómetro de Beckhold.

Con hilos estadimétricos fijos. Taqueómetros.

Graduaciones interiores: Hilos rectificables.

Telémetros de reflexion.

Telémetros de refracción. Anteojos de Porro, de Amici, i de Rochon.

Utilizacion de la velocidad de propagacion del sonido para medir distancias: telémetro de Bouleugé.

Miras usadas en taqueometría: modo de usarlas: verticales, perpendiculares a la visual; horizontales.

§ 34.—INSTRUMENTOS DE NIVELACION.

Diversas formas de niveles de mano: de contrapesos; de reflexion.

Nivel. Tipos ingleses: nivel de Troughton; Dumpy Level; nivel de collares. Tipos franceses: nivel de Égault; nivel de tubo reversible (*bazille* independiente); modelo perfeccionado de la nivelacion jeneral de Francia.

Miras: miras de corredera; miras graduadas; diversas formas usadas.

Niveles de pendientes: clisímetros.

§ 35.—BAROMETRO.

De mercurio: de Fortin; de Gay-Lussac; de Pistor i Martins; de Fuess.

Andróides: de Naudet; de Schindlitz.

Hipómetros: de Regnault; modelos corrientes.

## CAPÍTULO V

## ESTUDIO PRÁCTICO DE LOS MÉTODOS DE LEVANTAMIENTO

§ 36.—OBSERVACIONES JENERALES.—Necesidad de comprobaciones; comprobaciones locales i jenerales; su necesidad es tanto mayor cuanto mas desligados son los datos unos de otros; necesidad de un riguroso método.

Selección de los instrumentos i del modo de operar; consideraciones que hai que tomar en cuenta, naturaleza del terreno, objeto del levantamiento, grado de precision que se desea obtener. Ejemplos.

§ 37.—*Levantamientos por medidas directas.*

Alineaciones. Medidas totales i parciales.

Radiacion, triangulacion; poligonacion (por deflexiones) por coordenadas, con comprobacion, correccion de cintas, uso del dinamómetro. Cróquis i registros.

§ 38.—*Levantamientos a brújula i grafómetro.*

Ventajas de la brújula en las minas i en los bosques.

Levantamientos espeditos con un solo sistema de visuales; casos en que se puede aplicar.

Levantamientos con doble sistema de visuales con brújula de limbo azimutal.

Formas de registros.

§ 39.—*Levantamientos a plancheta.*

Límites del uso de la plancheta.

Situar la plancheta en puntos determinados por interseccion; por reseccion sobre tres puntos; sobre dos puntos.

Determinacion de los puntos del detalle; por interseccion; por radiacion. Figurado del terreno. Uso de calcos auxiliares.

Uso de la plancheta de Goulier para levantamientos topométricos; en puntos ya fijados; por reseccion i radiacion.

§ 40.—*Triangulacion topográfica.*

Tipos de teodolitos apropiados a la naturaleza del trabajo. Reconocimientos.

Medida de bases topográficas; modos de ligarlas al cánvas.

Forma de los triángulos; organizacion del trabajo; con señales fijas; corriendo bandera. Estacionamientos cerca de los vértices.

Visibilidad de las estaciones; influencias de la refraccion.

Registros de triangulacion; comprobaciones.

§ 41.—*Poligonacion.*

Empleo de este método para unir puntos trigonométricos; para estudios de viabilidad.

Poligonacion con teodolito i medidas directas; ángulos de deflección. Aplicacion al trazado de curvas de ferrocarril.

Poligonacion por telemetría; instrumentos que se usan; uso del taqueómetro; de cualquier diastimómetro.

Registros de poligonacion. Traslacion del azimut.

§ 42.—*Radiacion.*

Empleo de este método para los detalles de una triangulacion i poligonacion.

Instrumentos que se pueden usar segun la precision requerida; taqueómetro; telémetros; una base vertical.

§ 43.—*Triangulacion perspectiva.*

Terrenos que se prestan al empleo de este método; levantamientos en que debe preferirse.

Usos del orógrafo de Schrader; del cilindrógrafo de Moësard.

Cámara del «Canadian Survey» de Deville; su uso en combinacion con un teodolito; conduccion de las operaciones en el terreno; condiciones prácticas respecto de la hora, estado del tiempo i alcance de distancia.

Manipulaciones.

## CAPÍTULO VI

### ESTUDIO PRACTICO DE LOS MÉTODOS ALTIMÉTRICOS

§ 44.—CONSIDERACIONES JENERALES.—Division de la altimetría en nivelacion *topográfica*, o por pendientes; *horizontal*, continua, o por planos de nivel sucesivos; e *hipsométrica*, por medidas independientes e indirectas de las altitudes.

§ 45.—*Nivelacion topográfica.*

Circunstancias en que se deben emplear los niveles de pendiente; uso i forma de los registros.

Modificaciones al teodolito o taqueómetro para usarlos como nivel de pendiente en operaciones topográficas de triangulación o poligonación.

Recomendaciones especiales a la altimetría de los levantamientos topométricos; de los perfiles trasversales.

§ 46.—*Nivelacion horizontal.*

Eleccion de los instrumentos que se van a emplear, segun el carácter de los relieves del terreno i el grado de precision que se tiene en vista. Polígonos de nivelacion; perímetros de comprobacion.

§ 47.—Empleo de los niveles de Troughton i de Egault; nivelacion con una sola lectura.

Formas de registros mas adaptados a la determinacion de cotas para el caso de puntos aislados; de un perfil longitudinal sin miras intermedias; con miras intermedias; de perfiles trasversales.

Trazado de líneas de pendiente dada o curvas de nivel.

§ 48.—Empleo del nivel perfeccionado de Berthélemy; reglas de nivelacion seguidas en el «Nivellement général de la France» para la nivelacion con doble lectura.

Formas de registros.

§ 49.—*Nivelacion barométrica.*

Modos de trasportes que puede soportar un barómetro; límite de uso del de mercurio, del aneroides, del termo-barómetro. Precaucion de transporte.

Uso combinado del barómetro de mercurio o termo-barómetro con el aneroides.

Horas de observacion i forma de registro.

## CAPÍTULO VII

### INSTRUMENTOS I MEDIOS GRÁFICOS USADOS EN LA CONSTRUCCION DE PLANOS

§ 50.—*Útiles de dibujo.*

La mesa de dibujo; reglas, escuadras, técs, de metal, de madera, de cautchuc endurecido.

- La sala de dibujo; condiciones de luz.  
 Papel de dibujo; ondulaciones i contracciones.  
 Papeles cuadriculados, categorías i uso.  
 Papel de calco.  
 Compases; accesorios de dibujo; tipos principales; seleccion de ellos.  
 Medidas; escalas usuales; su forma.  
 Ruleta de Dupuy.  
 Transportadores de papel, de talco, metálicos con vernier.  
 Transportador de tres brazos.  
 Instrumentos para medir perspectivas.  
 Compas de tres piernas.  
 Coordinatógrafo:  
 Reglas paralelas.
- § 51.—*Instrumentos de reduccion i amplificacion.*  
 Ángulo de reduccion; compas de proporcion; formas diversas.  
 Pantógrafo de Dollond, pantógrafo de Gavard, pantógrafo de Corradi; eidógrafo.  
 Rectificaciones i correcciones.  
 Cámaras fotográficas para la reproduccion de planos del original. Disposicion para evitar deformaciones. Instalacion de un taller de fotografía.  
 Amplificacion de negativos para la fotogrametría.
- § 52.—*Instrumentos para medir superficies.*  
 Planímetro de Amsler; planímetro suspendido; planímetro rodante.  
 Uso de estos instrumentos, verificaciones i correcciones.

## CAPÍTULO VIII

### PRÁCTICA DE LA CONSTRUCCION I DIBUJO DE PLANOS

- § 53.—*Construcciones geométricas elementales.*  
 Aplicaciones de la escala i del compas.  
 Medidas de ángulos; eleccion de transportador; tabla de cuerdas, senos o tanjentes; subdivision de ángulos; uso de ángulos de deflección cuando el ángulo es muy obtuso.  
 Construccion de perímetros medidos por abcisas i ordenadas.

Construccion de un perímetro casi rectilíneo por medio de los senos versos.

Formacion de escalas gráficas; cuadros; curvas gráficas para reduccion al horizonte, i correcciones de todas clases; eleccion de la escala de abcisas i de ordenadas para estas curvas.

§ 54.—*Eleccion del método de construccion* de un plano; por construccion gráfica; por el cálculo; por procedimientos mistos.

Ventajas, inconvenientes i límites de empleo de estos procedimientos.

§ 55.—*Construcciones gráficas.*

De un levantamiento a brújula.

De una triangulacion; comprobacion i compensacion.

De una poligonacion; comprobacion i compensacion de errores.

De detalles por radiacion.

De perfiles lonjitudinales i trasversales.

Escalas para ámbos.

§ 56.—*Construccion de planos con elementos calculados.*

Cuando se han calculado los lados de los triángulos o del polígono.

Práctica de los cálculos de triangulacion; de poligonacion; de coordenadas.

Aplicaciones de las compensaciones de errores por el cálculo al ajuste de una triangulacion i poligonacion.

Construccion de un plano por coordenadas; con compas, con reglas graduadas con coordinatógrafo.

§ 57.—*Perspectometría.*

Construccion de la proyeccion horizontal por proyecciones verticales por método de cuadrícula; por perspectómetro. Uso del tablero fotográfico (*photograph board*).

Aplicacion a los trabajos de levantamiento hechos con la cámara canadense.

Contornos horizontales i curvas de nivel.

§ 58.—*Hipsometría gráfica.*

Diversos modos de espesar el relieve del terreno; hachuras; curvas de nivel.

Diapason de hachuras; luz vertical; luz inclinada. Ventajas e inconvenientes de las hachuras.

Equidistancia de curvas de nivel; curvas topográficas i topométricas, inclinaciones, líneas de máxima i mínima pendiente. Estudio de un plano con curvas de nivel, deducción de perfiles interpolaciones entre cotas, necesidad de un croquis.

§ 59.—*Dibujo de planos.*

Usos del hachurado, del sombreado de las curvas de nivel, combinacion de éstas con el estompado.

Signos convencionales en topografía, orografía, hidrografía; viabilidad; vejetación i naturaleza del suelo.

Nomenclatura i rótulos.

§ 60.—*Reproduccion del relieve.*

Objeto de los mapas en relieve; su uso. Reconstitucion del relieve sobre la base de un plano con curvas de nivel; fabricacion de la matriz o molde; positivo en yeso; abatimiento de las aristas; preparacion del papel; terminacion del trabajo.

Fotografía de planos en relieve.

## J E O D E S I A

### CAPÍTULO IX

#### CONOCIMIENTOS PRELIMINARES

§ 61.—*Teoría de las diferencias; interpolacion.*

Objetos de la interpolacion. Significado gráfico de las diferencias finitas. Fórmulas de Newton i de Bessel. Cálculo de las diferencias de órdenes sucesivos; formacion de tablas. Interpolacion gráfica. Datos prácticos para interpolaciones tabulares. Interpolacion gráfica de diferencias tabulares.

§ 62.—*Teoría de los errores.*

Clasificacion de errores; sistemáticos o regulares; accidentales o irregulares.

*Errores sistemáticos;* teóricos, instrumentales, personales; investigacion de su causa; determinacion de las correcciones consiguientes.



*Errores accidentales i caso de observaciones directas;* promedio aritmético; medida de la precisión por los residuos; la suma de los cuadrados de los residuos es un *mínimum* cuando se toma el promedio aritmético; error medio de las observaciones.

*Resultados provenientes de medidas indirectas.*—Ecuaciones de condicion; reduccion de éstas a ecuaciones lineales; ecuaciones finales; valores *mas probables* de las *variables*.

*Error medio* de las *observaciones*.

*Error medio* de una *funcion*, conocidos que sean los grados de precisión de sus términos.

Fórmulas de Gauss para los errores medios de las soluciones.

*Resultados provenientes de observaciones de precision desigual;* peso de éstas; unidad de peso de las observaciones; *error medio* de esa unidad ficticia; cálculo de los errores medios de las soluciones.

Base empírica de la aplicacion de la lei de probabilidades al cálculo de los errores; ejemplos prácticos. Integral de la curva de probabilidades; relaciones entre la *magnitud* de un error i su *frecuencia*; *error probable*, su determinacion.

Tabla de probabilidades; comprobacion analítica del método de cuadrados menores.

Algunas consideraciones sobre la práctica del uso de los cuadrados menores.

Aplicacion del método a la determinacion de valores subordinados unos a otros.

## CAPÍTULO X

### JEOMETRÍA ESFERICA ESFEROÍDICA

#### § 63.—*Jeometría esférica.*

Secciones i líneas de la esfera; ejes, polos, círculos máximos i mínimos; meridianos; paralelos; lonjitud; latitud; azimut.—Trazado de líneas en la esfera, intersecciones de círculos máximos; medida de sus ángulos diedros. Distancia de un punto a otro sobre la esfera.

Triángulos esféricos; restricciones en las dimensiones de los lados. Triángulo polar; corresponde a un triedro suplementario.

Valor máximo de los ángulos de un triángulo esférico. Algunas proposiciones relativas a los triángulos esféricos.

Exceso esférico; su relacion con la área del triángulo.

§ 64.—*Trigonometría esférica*.—Deducción de las fórmulas fundamentales.

Fórmulas aplicables a logaritmos. Analogías de Delambre i de Napier. Resolución de triángulos rectángulos. Resolución de triángulos cualesquiera. Observaciones acerca de la precision necesaria en los cálculos trigonométricos. Fórmulas diferenciales de trigonometría esférica; desarrollo en séries.

§ 65.—*Geometría esferoïdica*.

Achatamiento i excentricidad. Secciones i líneas de una elipsoide. Eje; polos; meridianos, paralelos, círculos oblicuos. Distancia de un punto a otro sobre el elipsoide.

Círculo osculador a una seccion; radios de curvatura; radios principales de curvatura. Gran normal; pequeña normal. Latitud i lonjitud *jeocéntricas*. Latitud i lonjitud *jeodésicas*.

Triángulos jeodésicos; diferentes modos de resolverlos. Teorema de Legendre. Resolución numérica de los triángulos.

Líneas jeodésicas; derivacion de fórmulas para calcular las diferencias de latitud, lonjitud i azímüt; diferentes métodos de resolver este problema; esposicion del método indirecto de Puissant.

## CAPÍTULO XI

### BASE TEÓRICA DE UN CÁNEVAS JEODÉSICO

§ 66.—*Rasgos jenerales de un levantamiento jeodésico*.—Eleccion de un elipsoide osculador; elementos del esferoïde. Radio de curvatura para cada triángulo.

Disposicion jeneral de un cánevas para obtener: la triangulacion mas sencilla entre dos puntos; la que se estienda al máximo de área; la que da mayor exactitud.

Forma preferible de los triángulos.

Dimensiones i número de bases; su conexion con el cánevas.

Ajuste i compensacion de un cánevas.

§ 67.—*Nivelaciones de precision*; punto de partida; el nivel de

la marea media. Nivelacion trigonométrica. Fórmulas. Estudio de la refraccion atmosférica; índice de refraccion, coeficiente de refraccion. Distancias cenitales recíprocas i simples. Observaciones referentes al largo de las visuales.

Empleo del nivel en operaciones de jeodesia.

Compensacion de polígonos de nivelacion.

## CAPÍTULO XII

### INSTRUMENTOS DE JEODESIA

#### § 68.—*Señales jeodésicas.*

Estaciones permanentes; pirámides de piedras; de madera, con zócalo independiente para el instrumento.

Señales luminosas; heliotropo de Gauss; colimadores nocturnos.

Uso de estos instrumentos.

#### § 69.—*Aparatos medidores.*

Alambres de 100 metros i aparatos tensores de la «Missouri River Comission».

Descripcion: accesorios.

Aparato diferencial de Jäderinn; descripcion, accesorios.

Aparatos de Bessel i de Ibañez; aparatos de compensacion; reglas sometidas a temperatura constante.

#### § 70.—*Universales jeodésicos.*

Tipos diversos de teodolitos jeodésicos.

Lectura de los ángulos; con nonios, con microscopios, con micrómetros.

Verificaciones i correcciones. Estudio sistemático de las constantes de un universal.

Detalles sobre la instalacion, trípodes reforzados i alumbrado nocturno de los universales.

#### § 71.—*Niveles jeodésicos.*

Establecimiento del punto de partida; Mareógrafo; medimareómetro; descripcion e instalacion.

Nivel de precision; descripcion, correcciones i uso.

## CAPÍTULO XIII

## PRÁCTICA DE LOS TRABAJOS JEODÉSICOS

§. 72.—*Reconocimientos trigonométricos.*

Eleccion de los puntos; determinacion preliminar de la forma i dimensiones de los triángulos. Eleccion del sistema de señales; instalacion de éstas.

§ 73.—*Medida de las bases.*

Consideraciones sobre los métodos empleados en la actualidad.

Práctica del método con alambres largos; organizacion de las partidas; preparacion del terreno; rapidez del trabajo. Resultados.

Práctica del método de Jäderinn. Resultados.

Práctica de los métodos europeos. Resultados comparativos.

§ 74.—*Medida de los ángulos.*

Métodos de observacion; repeticion i reiteracion. Reglas aceptadas en la actualidad.

Determinacion prévia del peso de las observaciones para el número de repeticiones.

Organizacion de los trabajos; personal de las comisiones; intercambio de señales.

## CAPÍTULO XIV

## FORMACION DE LOS PLANOS

§ 75.—*Teoría de las proyecciones.*

Consideraciones jenerales; clasificacion de las proyecciones bajo el punto de vista del desarrollo, en *cilíndricas*, *cónicas*, *poli-cónicas*, *poliédrica*; bajo el punto de vista de las deformaciones, en *ortomorfas*, *equivalentes*, de *mínima deformacion*, *convencionales*. Proyecciones *perspectivas*.

Proyeccion *poliédrica* o *natural*; casos en que se emplea; construccion; tablas.

Proyeccion de Bonne (del *Dépot de la Guerre*) su uso en Europa; su construccion; deformaciones.

Proyecciones policónicas i su uso en la India Inglesa i Estados Unidos; construccion de la proyeccion policónica del «U. S. Coast & Geodetic Survey»; tablas publicadas.

Proyeccion poliédrica o natural; su uso en los planos topográficos nacionales; su construccion, tablas publicadas i modo de formarlas.

§ 76.—*Situacion de los puntos.*

Introduccion de factores tabulares para el cálculo de las diferencias de latitud, longitud i azimut; factores de Puissant; nuevos factores del «Coast Survey», calculados segun el elipsoide de Clarke.

Práctica de los cálculos. Precision de los resultados.

## ASTRONOMÍA JEODÉSICA

### CAPÍTULO XV

#### CONOCIMIENTOS JENERALES

§ 77.—*Objeto i alcance de la astronomía esférica; aplicaciones a la Jeodesia.*

Solucion astronómica del problema jeneral de la Jeodesia; el plano del *horizonte aparente*, o la direccion de la *vertical aparente* como orijen de toda determinacion astronómica; diverjencias entre las coordenadas *jeodésicas* relativas a las líneas del esferoide aceptado para la proyeccion, i las coordenadas *aparentes* deducidas de observaciones astronómicas; desviaciones de la vertical, provenientes de la forma irregular del jeoide, de las cadenas de montañas; desviaciones periódicas debidas a un cambio de posicion del eje polar en el esferoide.

Observatorios fijos; estaciones astronómicas provisorias; ródios de trabajo respectivos, astronomía teórica i práctica, astronomía jeodésica.

§ 78.—*Elementos astronómicos.*

Movimientos de los astros referidos al horizonte, meridiano local, ecuador, meridiano fundamental i punto equinoccial.

Coordenadas usadas en astronomía práctica: altura i azimut; declinacion, ángulo horario i ascension recta.

Movimiento diurno de los astros en *altura*, paso por el vertical primario, culminaciones, correcciones de semidiámetro, refraccion i paralaje. Movimiento diurno en *azimut*; elongaciones máximas; pasos por el meridiano; movimiento diurno en *ángulo horario*; de las estrellas, (tiempo sidereal); del sol, (tiempo verdadero); del sol ficticio medio, (tiempo medio).

Movimiento de los astros en *declinacion*; de las estrellas, su amplitud; del sol, época de mayor variacion.

Movimiento de los astros en *ascension recta*; de las estrellas (precesion de los equinoccios); del sol.

Estudio de la refraccion astronómica.

Conocimiento de las estrellas.

Posiciones medias i aparentes.

#### § 79.—*Transformacion de coordenadas.*

Fórmulas de astronomía esférica.

Dadas la altura i azimut de un astro observados en cierta latitud, determinar su declinacion i ángulo horario.

Dados la declinacion i ángulo horario, hallar la altura i azimut

Hallar el ángulo horario i altura de una estrella en su máxima elongacion.

Dado el ángulo horario, hallar la ascension recta de un astro.

#### § 80.—*Tablas astronómicas.*

Las efemérides; disposiciones jenerales, interpolaciones.

El «Nautical almanac», disposicion de las tablas del sol, de la luna i de las estrellas.

La «Connaissance des Temps» disposicion de las tablas. Uso práctico

Catálogos de estrellas.

## CAPÍTULO XVI

### INSTRUMENTOS DE ASTRONOMÍA GEODÉSICA

#### § 81.—*Conceptos teóricos jenerales.*

Círculo cenital; círculo azimutal; círculo meridiano; círculo ecuatorial; instrumento alt-azimutal.

§ 82.—*Instrumentos portátiles para exploraciones jeográficas.*

Instrumentos de reflexion; sextante, teoría, forma usual, verificación i correcciones; trípode, horizonte artificial, disposiciones diversas; uso del sextante.

Círculo de reflexion, teoría, formas diversas, verificación i corrección; uso del círculo.

Compas solar de Burt; descripción, uso i precisión de este instrumento.

Accesorio solar para teodolitos; descripción de varios tipos.

Teodolito o alt-azimut jeodésico aplicado a observaciones astronómicas.

Disposiciones especiales; niveles sensibles, modo de probarlos; uso de micrómetros en altura i azimut; oculares prismáticos; alumbrado de los tubos.

Cronómetros de bolsillo; tipos principales; marcha i uso.

§ 83.—*Instrumentos trasportables para comisiones jeodésicas.*

Anteojos de pasos; disposiciones i tamaños usuales; verificaciones i correcciones; estudio sistemático del instrumento.

Anteojos cenital; disposiciones i tamaños usuales. Instrumento combinado.

Anteojos astronómicos para ocultaciones; alcance i condiciones.

Cronógrafo eléctrico; descripción del aparato i funcionamiento.

Aparato para la determinación de la ecuación personal; descripción i funcionamiento.

Cronómetros i contadores de marina; condición en que se pueden trasportar; marcha i uso.

Péndulos de Borda, de Kater, de Repsold; péndulos de medios segundos.

§ 84.—*Instrumentos fijos de observatorio.*

Anteojos meridiano; instalación, modo de lectura; correcciones. Círculo mural.

Ecuatorial; funcionamiento.

Idea jeneral de los trabajos que se llevan a cabo en un observatorio.

## CAPÍTULO XVII

## DETERMINACION DE LA HORA

§ 85.—*Relacion entre las diversas medidas del tiempo.*

Trasformacion del tiempo verdadero i tiempo sideral en tiempo medio i vice-versa.

Correccion del reloj o cronómetro; estudio de la marcha del mismo.

Modo de anotar la hora; ecuacion personal.

§ 86.—*Observacion de la altura de un astro en un momento dado.*

Aplicacion de la fórmula; efectos de los errores de observacion sobre el resultado; momento mas favorable; efecto de la refraccion.

Observacion de varias alturas a pequeños intervalos; reduccion al tiempo i altura media.

Práctica de esta operacion con el sextante i alt-azimut.

Resolucion de casos prácticos.

§ 87.—*Por alturas iguales.*

De estrellas; con el sextante i teodolito; condiciones de exactitud.

Del sol; cálculo de la *ecuacion de alturas iguales*; tablas que se usan para este cálculo. Conveniencia de los intervalos iguales; uso del sextante o círculo con trípode. Efecto de errores en los datos sobre el resultado. Probable error de observacion.

Modo de registro i práctica de la operacion.

§ 88.—*Por paso de estrellas por el meridiano.*

Método de observacion.

Correcciones por marcha del cronómetro; inclinacion, desigualdad de quicios, colimacion, desviacion. Reduccion de las observaciones por los cuadrados menores.

Tablas de coeficientes azimutales i de colimacion.

Registro i práctica de las operaciones.



## CAPÍTULO XVIII

## DETERMINACION DE LA LONGITUD

§ 89.—*Por el transporte de la hora.*

Relacion entre la diferencia de horas i la de longitud entre dos lugares.

Casos en que se puede emplear el procedimiento; número de cronómetros; grado de precision de los resultados.

§ 90.—*Por el tel grafo eléctrico.*

Principio del método; causas de error.

Registro directo de pasos de estrellas por los instrumentos de pasos; marcha de la operacion; uso del cronógrafo; disposicion de los circuitos eléctricos. Resultados. Cambio de señales cronométricas; al ojo i oído, con electro-cronógrafo.

Formas de registro i resultados.

§ 91.—*Por ocultaciones de estrellas.*

Enunciado de la cuestion; plano de referencia, coordenadas de la estrella; estudio de su trayectoria.

Prediccion de la ocultacion; valores tabulares dados por la "Connaissance des Temps"; condiciones para que tenga lugar la ocultacion; prediccion aproximada; cálculo subsiguiente de la hora exacta.

Observacion del fenómeno.

Cálculo de la longitud; uso de los registros impresos del Observatorio Nacional.

## CAPÍTULO XIX

## DETERMINACION DE LA LATITUD

§ 92.—*Por alturas meridianas.*

Relacion entre la altura de un astro, su distancia cenital, i la latitud o colatitud del lugar. Circunstancias favorables i desfavorables; consideraciones sobre las correcciones provenientes de errores instrumentales, personales, de refraccion i paralaje.

Exposicion de los métodos por una sola altura meridiana; por dos culminaciones superior e inferior de una circumpolar; por

la combinacion de dos alturas a diferentes lados del cenit; por pequeñas diferencias de distancias cenitales.

Práctica de los métodos, con el sextante o círculo; con el teodolito ordinario; con un universal jeodésico.

Práctica del método de Talcott con el telescopio cenital; determinacion de los valores de las divisiones del nivel, del micrómetro ocular; marcha de la operacion; registros; resultados.

§ 93.—*Por alturas extra-meridianas.*

Por una altura cualquiera; fórmula; casos en que puede usarse.

Por alturas circunmeridianas; declinacion constante; declinacion variable; empleo del sextante; empleo del teodolito.

## CAPÍTULO XX

### DETERMINACION DE LA MERIDIANA

§ 94.—*Determinacion aproximada*; por la culminacion de un astro; por las sombras del sol; aproximacion de estos métodos.

§ 95.—*Por el compas o accesorio solar.*

Relacion entre los errores de observacion con el compas solar i la precision de los resultados; horas en que puede usarse el compas solar; tablas de refraccion para el cálculo inmediato i abreviado.

Trabajos en que conviene usar este instrumento.

§ 96.—*Por una sola observacion de altura o azimut.*

Cuando se conoce la hora; por azimut de una estrella, del sol; por alturas; horas mas convenientes para emplear estos métodos.

Cuando no se conoce la hora; por altura i azimut simultáneos; con una estrella; modo de observar con el sol; correccion; observaciones con teodolito; con sextante i círculo horizontal. Registro de las observaciones.

§ 97.—*Por elongacion máxima de una estrella.*

Fórmula; estrellas que se pueden usar, conocimiento de las circumpolares australes.

Empleo del método con una circumpolar de gran magnitud

con un teodolito cualquiera; marcha i duracion de la observacion; precision del resultado.

Observacion de las pequeñas circumpolares de la constelación del *Octante* con un universal jeodésico; marcha i duracion de las observaciones; precision de los resultados.

Observacion de pequeñas circumpolares en o cerca de la elongacion, con un anteojo de pasos trasportable.

## CAPÍTULO XXI

### TRABAJOS DE CONJUNTO

#### § 98.—*Esploraciones jeográficas.*

Consideraciones jenerales; propósitos del trabajo; temporadas disponibles; seleccion de instrumentos, métodos de observacion i precision que se debe buscar; organizacion de la expedicion.

Cáneas astronómico; condiciones en que se puede disponer; práctica del trabajo.

Cáneas misto; triangulaciones aisladas, ligadas por observaciones astronómicas; direccion i magnitud de las bases; marcha de las operaciones.

Poligonacion jeodésico- astronómica; lados calculados separadamente; direccion de los lados; comprobaciones convenientes.

#### § 99.—*Estaciones astronómicas provisorias.*

Programa de una temporada de trabajo; material astronómico; seleccion de instrumentos, efemérides, tablas i catálogos de estrellas.

Personal de una comision; arreglo para el trasporte de los instrumentos; instalacion del observatorio; marcha i disposicion de las operaciones astronómicas. Observaciones de péndulo.

## CAPÍTULO XXII

### NOCIONES DE JEODESIA SUPERIOR

§ 100.—*Resúmen histórico.* Operaciones efectuadas para medidas de arcos de meridiano, de paralelo i de intensidad de la pesantez en diversos países.

§ 101.—*Desviaciones de la vertical.*

Determinación de la influencia de la desviación local de la vertical sobre la latitud de un lugar deducida de observaciones astronómicas; sobre la longitud; sobre la dirección del meridiano.

Deducción de la forma local del jeóide.

§ 102.—*Figura de la tierra.* Elementos que entran en la determinación de las dimensiones del jeóide.

Elipsoides osculadores i elipsoides de conjunto aceptados en diversos países.

Estado actual de los conocimientos acerca de la figura de la tierra. Trabajos de la Asociación Geodésica Internacional.

## INTRODUCCION

### A LOS CURSOS DE TOPOGRAFIA, JEODÉSIA I ASTRONOMIA JEODÉSICA

#### § 1

La ciencia de representar extensiones mas o menos considerables de la tierra, en una proporcion tal que su conjunto sea accesible a nuestros sentidos, ha ido adquiriendo mas i mas importancia a la par que sus procedimientos alcanzaban mayor perfección. Actualmente la solución de toda cuestión comercial, industrial, agrícola, estadística, administrativa o militar envuelve necesariamente el conocimiento del terreno, rejion o país donde aquélla se plantea, i como consecuencia requiere la elaboracion de una representacion de ese terreno, rejion o país.

En efecto, no se divide una propiedad, no se trasfiere de un dueño a otro sin que el plano forme parte del acta de la transacción; no se emprende un viaje sin proveerse de los mapas relativos al trayecto; mientras mas poblado i civilizado es un país, mas se requiere para su correcta administración el conocimiento detallado de su topografía, como fundamento de su division política, como base del impuesto territorial, para el

establecimiento de sus vías de comunicacion, para el funcionamiento de sus correos.

El *levantamiento de planos*, considerado como el arte de transferir al papel en su debida proporcion, las formas, accidentes i relieves del terreno, i de calcular sus dimensiones i superficies, comprende la *Agrimensura*, la *Jeometría Aplicada o práctica*, la *Topografía*, la *Jeodesia*, la *Jeomorfia* i las aplicaciones de la *Astronomía* a la Jeodesia: todo cuyo conjunto de ciencias (1) puede definirse como que tienen por objeto *la representacion de la superficie terrestre*. Para llegar a construir esa representacion hai que efectuar tres séries de operaciones:

1.º El trabajo en el terreno, o sea la recoleccion de los datos que consisten en *mensura de líneas*, *medida de ángulos*, *anotacion de tiempo*, *observacion de temperaturas*, etc., i que siempre se reducen en último término a observar *contactos*, *coincidencias* o a hacer *lecturas* en una graduacion cualquiera, i anotarlas en un registro.

2.º La combinacion sistemática de los datos, por medios jeométricos o analíticos, hasta obtener como *resultados* ciertos *valores lineales* que, aplicados en una direccion determinada, sirven para fijar los *puntos* que componen la representacion buscada.

3.º La *construccion* del plano, o sea la aplicacion de los valores lineales citados segun la direccion determinada, i la union de los puntos determinados, para formar el figurado del terreno.

Dentro de estos tres órdenes de operaciones, la dificultad i demora en efectuarlas, la exactitud, minuciosidad i alcance de los resultados pueden variar entre límites mui apartados, segun sean la naturaleza i caractéres particulares de los elementos que entran en juego, i de los que vamos a hacer una breve enumeracion; son:

1.º Un *terreno*, mas o ménos estenso, mas o ménos accidentado, como campo de operaciones;

---

(1) Algunos autores, Franceur entre ellos, aplica el nombre de *Jeodesia* a todo este conjunto; pero tal acepcion no ha sido sancionada por la práctica. En inglés se ha adaptado para el caso los vocablos *Survey* i *Surveying*.

- 2.º El *objeto* de satisfacer cierta necesidad, jeneral o especial;
- 3.º Los *instrumentos* que sirven para recojer los datos u observaciones;
- 4.º La *base científica* que establezca la relacion entre los datos i los resultados;
- 5.º Los *métodos* de cálculo o combinacion de los datos;
- 6.º La *superficie material* sobre la cual se ha de construir la representacion del terreno;
- 7.º La *escala* o proporeción que se ha de establecer entre el tamaño real i el de la construccion gráfica;
- 8.º Ciertos *signos* con los cuales se conviene suplir las deficiencias del dibujo para la reproduccion de las formas i objetos;
- 9.º Por fin, *los recursos* de que se ha de disponer para la ejecucion del trabajo.

Estos múltiples elementos, aunque en cierto modo subordinados unos a otros, son al mismo tiempo susceptibles de variar independientemente dentro de cierto márgen, como se deduce de las siguientes consideraciones:

El TERRENO que se va a representar puede variar en cuanto a *dimensiones* desde las de un sitio urbano hasta la entera superficie del globo terrestre; en cuanto a *relieve*, desde la planicie de una pampa hasta las asperezas de una serranía, i en cuanto a *naturaleza* puede ser seco o pantanoso, cultivado o árido, despejado o boscoso, etc.

El *objeto* que se persigue satisfacer por medio de la representacion del terreno puede requerir solo ciertos puntos, ciertas líneas, ciertos accidentes *especiales*; o bien una representacion *completa* para dar a conocer aquel terreno bajo todas sus fases; esa representacion podrá ser *a grandes rasgos*, o bien muy *deta-llada*. Independientemente de esto puede considerarse suficiente que las líneas del dibujo representen las del terreno con cierta *aproximacion*, o exijirse una *gran exactitud*; jeneralmente esa exactitud será calificada por tal o cual requisito.

Los INSTRUMENTOS de que se vale el injeniero para operar pueden diferir en cuanto a la clase de observaciones a que están destinados, segun sean éstas *terrestres* o *astronómicas*, i dentro de las primeras si están destinados a tomar medidas lineales o

angulares. Pueden diferir tambien en cuanto al *principio fisico* en que está basado su funcionamiento, el cual puede pertenecer a las leyes de la luz, de la gravedad, de la dilatacion de los cuerpos, etc.

La BASE CIENTÍFICA de los procedimientos de levantamiento envuelve el conocimiento de la forma jeneral de la tierra, o de la forma a que se puede asimilar tal o cual parte de ella, i su aplicacion exige, segun los casos, conocimientos de *geometria*, de la *trigonometría rectilínea* o de la *esférica*, i con frecuencia de las teorías físicas de la *gravedad* i de la *presion atmosférica*.

LOS MÉTODOS DE ELABORACION de los datos deben ser correlativos a las condiciones de trabajo ya fijadas: segun el caso, serán métodos puramente *gráficos* que proporcionan resultados inmediatos; cálculos directos o *aritméticos* o cálculos *logarítmicos*; pueden envolver el uso de ciertos valores calculados de antemano i contenidos en *tablas* o *efemérides*, o requerir la práctica de *interpolaciones*, la aplicacion del *cálculo infinitesimal* o de la *teoría de los errores*.

La SUPERFICIE MATERIAL que ha de contener la representacion del terreno para ser realmente tal, habría de reproducir tambien sus relieves; pero como esto no es posible sino dentro de límites muy restringidos, se ha convenido representar los puntos proyectados sobre un *plano*. Este procedimiento ocasiona siempre una deformacion, i de allí nacen los diferentes sistemas de *proyecciones*.

La ESCALA de un plano es uno de sus principales característicos; puede fluctuar en cuanto a la *proporcion* que representa desde la de uno a cien hasta la de uno a cien millones; en cuanto a su *espresion* puede ser decimal o fraccionaria, i en cuanto a naturaleza, uniforme en toda la estension del plano o variable segun el sistema de proyeccion.

La OPERACION MATERIAL de representar en el papel las formas i accidentes del terreno constituye el dibujo de planos i envuelve el empleo de *signos* i *tintas convencionales*. Especialmente la representacion sobre un plano de una superficie que contiene puntos fijados por tres coordenadas, exige el empleo de ciertas *líneas* o números que espresen el relieve.

Por fin, los RECURSOS de que ha de disponer el ingeniero para

llevar a cabo su trabajo le imponen la obligacion de subordinar a cierto *costo* el orden i estension de sus operaciones, i no es esta la consideracion ménos importante que hai que tomar en cuenta cuando se trata de organizar un levantamiento.

Este análisis preliminar nos permitirá definir desde ahora el alcance de cada uno de los ramos en que se acostumbra subdividir la ciencia de la representacion de la superficie terrestre:

La palabra JEOMETRIA, en su orijen, i como conviene a su etimología, (*γη*, tierra; *μέτρον*, medida) tenia un significado mas jeneral del que tiene hoy día. En la actualidad, cuando se le agregan las especificaciones de *práctica* o *aplicada*, se designa con ella la aplicacion a la medida de terrenos de los procedimientos mas usuales i sencillos de la Jeometría plana, como son los métodos por alineaciones, intersecciones i rodeo. Mas restringido es aun el alcance que se le da jeneralmente al término AGRIMENSURA, (*αγο*, campo; *μενσura*, medida), con el cual se designa la medida de la área de predios rurales para propósitos catastrales (1). Los instrumentos de que se vale el agrimensurador o jeómetra son tambien sencillos, reduciéndose jeneralmente a cartabones o goniómetros sin anteojos, cadenas de medir i piquetes. La construccion gráfica de los planos se hace con el solo ausilio de la regla, escuadra, compas i transportador, limitándose en jeneral a la proyeccion horizontal de los límites naturales i artificiales del terreno; la escala de estos planos *jeométricos* varia de ordinario entre la de 1 a 500 i 1 a 5,000.

Son del dominio de la TOPOGRAFIA (*τοπος*, lugar; *γράφω*, yo describo) todas aquellas operaciones relativas al levantamiento i formacion de planos, en que no se toma en cuenta la esfericidad de la tierra; sus procedimientos no se fundan, pues, si no en la Jeometría plana o en las Aproximaciones, pero son susceptibles de gran perfeccion tanto en lo relativo a los métodos cuanto en lo que toca a los instrumentos emplea los. Aunque un plano topográfico considera lo aisladamente no puede abarcar, como luego lo veremos, sino una estension limitada de terreno, conviene observar que un levantamiento topográfico puede estenderse

(1) En el caso de un terreno irregular, el valor de la superficie propiamente dicha en un momento es proporcional a la estension i valor de estos.



a un país entero, con tal que se considere el plano de conjunto como formado de partes planas cuya conexión se procura por medios ajenos a los de la topografía. Los detalles topográficos comprenden el relieve del terreno, indicacion de los cursos de agua, vias de comunicacion, bosques, i muchos otros valles i que no tienen cabida en escalas pequeñas; por esto raras veces la escala de un plano topográfico puede bajar de 1 a 100,000.

La palabra JEODESIA (*Γεωδαιτική*, de *γῆ*, tierra; *δαίω*, dividir) tiene etimológicamente, como la de Geometría, una acepcion mui jeneral, i algunos tratadistas comprenden todavía bajo ese nombre todos los estudios relativos a la medida de la superficie terrestre; pero en la clasificacion mas moderna de las ciencias, se reserva esclusivamente a aquellos de entre dichos estudios en que se toma en cuenta la verdadera forma de esa superficie, considerada en su conjunto i no en sus detalles. El problema jeneral de la jeodesia puede definirse así: *fixar las distancias recíprocas de cierto número de puntos de la superficie terrestre, así como las posiciones de los mismos respecto a un meridiano, al ecuador i al centro de la tierra*. La jeodesia elemental (*niederer geodäsie* de los tratadistas alemanes) se concreta a estudiar i aplicar los medios de fijar con precision cierto número de puntos, para constituir un cánveas que sirva de base a levantamientos topográficos, asumiendo ciertos valores para el radio terrestre i resolviendo en jeneral las cuestiones por la trigonometría esférica. La jeodesia superior (*hoherer geodäsie*) o *Jeomorfía* (*μορφή*, forma) se ocupa de todos aquellos trabajos encaminados a obtener mayor aproximacion en la medida de las dimensiones i verdadera forma de la tierra. En este ramo trascendental de la ciencia se emplean todos los recursos del análisis matemático para acercar mas i mas las concepciones teóricas de la forma de nuestro planeta a los resultados prácticos; no solo se recurre al uso de los instrumentos mas delicados, i se repiten las observaciones en gran número, sino que no se acepta resultado alguno que no sea derivado de la mas prolija discusion, en la que se elimina toda causa de error para obtener el mas alto grado de probabilidad en la aproximacion de esos resultados a la verdad.

Llamamos ASTRONOMÍA JEODESICA (1) el estudio i aplicación de aquellas operaciones de Astronomía práctica que tienen por objeto cooperar a la solución del problema jeneral de la Jeodesia, esto es, procurar, por medio de las observaciones de los astros, la determinación de la Hora local, Lonjitud, Latitud i dirección del Meridiano en cualquier punto de la tierra. Las diferencias entre los resultados así obtenidos i los que provienen de operaciones jeodésicas son un elemento importante para la solución de las cuestiones de que se ocupa la Jeodesia Superior, i en ese sentido puede decirse que estas aplicaciones de la Astronomía forman parte integrante de la Jeodesia moderna.

## § 2

Dejando ya deslindados a grandes rasgos los límites de los diversos ramos en que se descompone la ciencia cuyo estudio vamos a emprender, trataremos de penetrar algo mas adelante en el estudio de la naturaleza íntima de las operaciones materiales que han de servir de punto inicial a todo trabajo topográfico o jeodésico, para formarnos un criterio jeneral que nos sirva de guía en la ejecución de esas operaciones.

Ya hemos dicho que los datos para un levantamiento cualquiera se recojen siempre en forma de medida; conviene notar que bajo el punto de vista material no constituye una diferencia esencial que la medida sea lineal o angular, puesto que en último término lo que se observa es casi siempre la *coincidencia* de un *índice* movable sobre una graduación, sea ésta recta o curva.

El objeto inmediato que se persigue al tomar una medida es obtener un número que espese la razón que se supone existir entre la línea recta o curva que se trata de medir i la línea recta o curva que se ha tomado como unidad de medida; todos saben que la solución material de este problema de medir una línea por otra, tan sencilla en su enunciado, lo es tambien en la práctica siempre que el objeto de las medidas que se toman sea de aplicación directa i comun; todos saben igualmente que

(1) *Geomorfia Astronomica* segun Francaeur.

esa operacion material de la medida se hará con tanto mayor cuidado cuanto mas remoto sea el resultado que se persigue, de la medida inicial; o por cuantos mas resultados sucesivos haya que pasar ántes de alcanzar ese resultado final; saben, por fin, que la razon que aconseja ese mayor cuidado, es que toda operacion material envuelve un error o incertidumbre, i que por consiguiente si se desea cierto grado de certidumbre o de *precision* respecto al resultado final, habrá que exigirlo tanto mayor en la medida inicial cuantos mas sean los errores o incertidumbres intermedias que puedan ejercer su influencia. Pero no bastan estas ideas jenerales: la Topografía i Jeodesia, así como la Astronomía son por excelencia las *ciencias de las medidas indirectas*, i la práctica de estas ciencias exige un conocimiento tan íntimo de las influencias i causas de error que pueden introducir incertidumbre en las medidas, i una apreciación tan precisa de esas influencias, que estimamos indispensable prepararnos desde luego a su estudio, por un análisis preliminar acompañado de algunos ejemplos.

La posibilidad de medir una línea por otra descansa en dos hipótesis, que hai que aceptar como hechos en cada caso particular, pero que en todo rigor no se realizan jamas: la primera es que *existe una relacion real de magnitud* entre las dos líneas, i la segunda es que los contactos o coincidencias por cuya observacion esperamos obtener la relacion de magnitud buscada, *sean accesibles a nuestros sentidos*. Tales hipótesis no se realizan, decimos, en todo rigor, pero sí dentro de ciertos límites que podemos restringir, por decirlo así, a nuestra voluntad i que constituyen el *grado de precision* de nuestras observaciones.

En efecto, recordemos que ámbas líneas, tanto la que se trata de medir, como la que sirve de unidad no tienen una longitud invariable, estando sometidas a las influencias de la temperatura; i siendo jeneralmente de distintos materiales, sufrirán esas influencias de un modo desigual. Por otra parte, toda operacion exige cierto lapso de tiempo para efectuarla, en jeneral, tanto mayor cuanto mas prolijidad se trate de desplegar; durante ese tiempo la temperatura no se mantiene estacionaria, de modo que sus influencias, ademas de ser desiguales para las diversas

materias, son variables para cada una, i para llegar a determinar el valor de esas influencias, se requerirán una serie de observaciones: las de las variaciones de temperatura durante la operación, i la aplicación de leyes que podrían parecer ajenas a la ciencia de que tratamos, las de la *dilatación* de los cuerpos.

En cuanto a la observación material, recordemos que el contacto o coincidencia que constituye su objeto inmediato no es directamente accesible a nuestra percepción. Lo que observamos es una *imájen* de ese contacto o coincidencia formada en nuestra retina, i cuando queremos amplificar, lo que se forma en la retina no es sino la imájen de otra imájen producida con ayuda de lentes o espejos; estas imájenes no nos revelan sino la posición aparente de los índices i graduaciones, i tenemos que asumir que esa posición es la requerida, lo cual no podemos procurar sino dentro de ciertos límites por medios auxiliares. El estudio de estos medios, el de la formación de las imájenes requieren la aplicación de las leyes de la *óptica* i de la *me-cánica*.

Todavía, por muy perfectos que sean nuestros medios de observación, las imájenes de los contactos o coincidencias nunca nos los revelan con una nitidez i precisión tal que no quede un márgen en el cual se ejerce la apreciación del observador, apreciación que varia de un observador a otro, i para uno mismo, según el estado de sus facultades físicas i mentales.

Estas consideraciones nos convencen de que la *exactitud absoluta* en una medida *no existe*, i que, si existiera, no estaría a nuestro alcance. Agreguemos ahora que, si estuviera, no habría para qué perseguirla: no hai que olvidar, en efecto, que toda operación de topografía o geodesia tiende siempre a un fin práctico, sea este comercial o científico, cuyo fin se traduce en resultados palpables como el valor pecuniario de un terreno cuya área se ha medido, o un plano donde aparecen dibujados los puntos cuya situación se ha determinado. En ámbos casos, como en cualesquiera otro que nos pudiera servir de ejemplo se vé bien claro que hai un *límite de precisión* que es enteramente inútil sobrepasar, como seria el valor de la menor unidad de moneda que tenga curso, en el avalúo del terreno; i el valor de la menor longitud apreciable a la escala del mapa, en la cons-

truccion de éste. Todos los esfuerzos que se invirtieran para aproximar la posición de los puntos a ménos de  $\frac{1}{5}$  de milímetro en el plano, i el valor del terreno a ménos de  $\frac{1}{2}$  centavo, serian, no solo inútiles, sino que pasarian desapercibidos puesto que ni el resultado de los primeros seria *visible* en el plano, ni el de los segundos en la tasacion.

Mas no se deduzca de aquí que ese *límite de precision teórico*, pasado del cual son insensibles los resultados de los esfuerzos, sea siempre el que hai que perseguir en la práctica. Nó; el *límite de precision práctico* i en el que debe detenerse el injeniero está jeneralmente mucho mas cerca de su alcance, i queda determinado por la naturaleza i objeto del trabajo en que está empeñado; como se ilustrará con un ejemplo.

Supongamos que se trata de llevar a cabo la mas sencilla de las operaciones de jeometría práctica, la medida de una línea recta en un campo, con el simple propósito de avaluar el costo de un cierre de *tapiál* o *zanja*, que, como es sabido, se paga por metro corrido. Una cinta graduada de jénero será el instrumento; dos peones i un ayudante de albañil, los operarios; i la medida de unos dos kilómetros, por ejemplo, no demorará mas de media hora. Si se repite la medida i resulta una diferencia de medio metro o de un metro, no costeará, por cierto, hacerla una tercera vez para disminuir el error, pues por breve que sea el tiempo que demanda la medida, los operarios efectuarian en ese mismo tiempo, ocupándolo en escavar la zanja o levantar la tapia, un mayor trozo de ésta, que el equivalente a la rectificacion que se hubiera obtenido.

Pero si se trata de una muralla de cal i piedra o ladrillo, se emplearán para la medida operarios mas cuidadosos, se comparará la cinta para asegurarse de su exactitud, i se apreciará el largo por lo ménos en decímetros.

Si la misma longitud se mide con el propósito de hacerla servir de base al levantamiento de un fundo algo estenso, habrá que despejar el terreno; la operacion será efectuada por el injeniero mismo con varios ayudantes i por medio de cintas de acero, se repetirá varias veces i se apreciarán fracciones de centímetros. Si la triangulacion abarca una rejion considerable de un pais, se observaran durante la medida de la base por cintas

de acero, las tensiones, inclinaciones i temperaturas, i la aproximación se llevará hasta milímetros i fracciones.

Por fin, en las bases relacionadas con un cánvas jeodésico, se emplean aparatos delicados provistos de varios termómetros i de poderosos microscopios para las lecturas que se computan en milésimas de milímetros, i se observan las mas minuciosas precauciones para registrar los efectos de toda influencia exterior sobre los aparatos, durante los varios dias que dura la operación.

Se observará que en la serie de estos diferentes modos de medir una misma línea recta, segun el objeto de la medida, el cuádruple espendio de *ciencia*, de *trabajo*, de *tiempo* i de *dinero* aumenta gradualmente en una proporción muí superior a la que hai entre los límites sucesivos de precisión obtenidos, de tal manera que si concebimos que se representen los totales de los esfuerzos que en cada caso concurren a obtener la precisión buscada, por las abscisas de una curva, i los límites mismos de precisión por sus ordenadas, esta curva tendrá por *asíntota* al eje de las *x*, desde que, pasado de ciertos límites, todo aumento en las abscisas irá produciendo disminuciones cada vez ménos sensibles en las ordenadas.

El ejemplo que hemos puesto nos suministra tambien un criterio para el límite o *grado de precisión* práctico que corresponde a cada caso.

Principiando por aquel en que se trata de averiguar el valor pecuniario de una obra, se nos hace palpable que ese límite práctico ha de ser tal que el gasto que demande cierta aproximación, no supere el valor de la fracción de dicha obra que habria venido a quedar representado por el error en exceso o en defecto que pudiera haberse cometido deteniéndose en el grado anterior. Jeneralizando mas, este mismo concepto puede enunciarse diciendo que: el límite práctico de la aproximación que el ingeniero debe dar a sus observaciones en el terreno, debe de ser tal que la suma de los esfuerzos requeridos para pasar de un grado de precisión al siguiente, no supere a la de los efectos que se obtienen en los resultados, concibiéndolos ámbos reducidos a una comun unidad de medida o de valor.

Para que les sea posible traducir esta regla en formas prác-

ticas, tanto el *agrimensor* como el *topógrafo* i el *jeodesta* deben poseer el suficiente conocimiento de las teorías de sus métodos de observacion i de sus instrumentos para poder apreciar, al efectuar cada operacion en el terreno, no solo el modo i circunstancias mas favorables para practicarla, sino desde i hasta qué punto debe tener en cuenta las influencias que producen correcciones accesorias, i las perturbaciones provenientes de los medios en que opera; nunca debe perder de vista la forma e intensidad con que las expresiones gráficas o numéricas deducidas de sus observaciones han de intervenir en los resultados finales, i ha de saber evitar igualmente estos dos escollos: por una parte dar lugar por simple descuido o ignorancia al introduccion de errores cuya influencia en los resultados finales haya de hacerse sensible dentro del objeto práctico de su trabajo; o por otra parte, invertir en la disminucion de tales errores esfuerzos tales que impliquen un costo no justificado dentro de aquel objeto práctico.

Digamos, por fin, que en esto reside la diferencia esencial entre el empirico que hace las cosas por rutina, i el verdadero ingeniero; a cualquiera se le puede enseñar a nivelar el rasgo de un canal, a trazar una curva con el teodolito i hasta a observar una latitud, i siempre que el operario práctico no se salga de los métodos, de los instrumentos i de las circunstancias en que ha aprendido a hacer su trabajo, podrá obtener resultados tan buenos como el mejor ingeniero, pero faltándole cualquiera de estos requisitos, los valores deducidos de sus observaciones no serán mas fidedignos que las indicaciones de un reloj en cuyo mecanismo se haya introducido un cuerpo extraño.

En suma, el ingeniero que practica una mensura cualquiera no debe pretender que sus operaciones sean *exentas de error*, pero debe saber cuál es el *máximum de error* que se puede introducir con cada observacion, i sabiendo esto, el criterio para graduar la precision de sus observaciones será, no el de procurar un máximum uniforme de error posible para todas ellas, si nó el de establecer esa uniformidad de precision en los resultados finales. Ilustremos esto con un ejemplo.

En un triángulo  $A B C$  (sin figura) se ha medido la base  $A C = b$  i los tres ángulos  $A B$  i  $C$ ; para determinar el valor

de cualquiera de los lados  $AB = c$ , o  $BC = a$  se recurrirá a la fórmula de los senos en la forma logarítmica, por ejemplo:

$\log. a = \log. b + \log. \text{sen. } A - \log. \text{sen. } B$ ; siendo el segundo miembro una suma algebráica se ve que todo error pequeño cometido en la medida de  $b$ , de  $A$  o de  $B$ , producirá respectivamente sobre el valor resultante para  $a$  un cambio equivalente al cambio sufrido por  $\log. b$ ,  $\log. \text{sen. } A$  o  $\log. \text{sen. } B$ .

Si suponemos  $b = 360$  metros i  $A, B$  i  $C$  próximos a  $60'$  cada uno, las tablas logarítmicas nos indican que una diferencia de un centímetro en la base  $b$  equivale a 120 unidades del 7.<sup>o</sup> orden decimal en su logaritmo, i que una diferencia de  $10''$  en los ángulos  $A, B$  o  $C$  equivale también a la misma diferencia en sus logaritmos senos; por consiguiente, cualquiera de estas diferencias consideradas aisladamente producirá una diferencia igual de 120 unidades del 7.<sup>o</sup> orden decimal en el  $\log. a$ , i siendo el triángulo próximamente equilátero, i  $a$  casi igual a  $b$ , esa diferencia equivaldrá también a una de *un* centímetro sobre el valor de  $a$ . De manera que en el ejemplo propuesto, una aproximación de *un* centímetro en la medida de  $b$  o de  $10''$  en la medida de  $A, B$  o  $C$ , considerados aisladamente conducirán, a la misma aproximación de *un* centímetro en el valor de  $a$  o de  $c$ .

Si suponemos ahora que el vértice  $B$  se aleja de la base  $b$ ; dejando el triángulo de afectar la forma equilátera, pero manteniéndose siempre en la forma isóceles, de tal manera que el ángulo  $B$  mida próximamente  $40'$ , los ángulos  $A$  i  $C$  se acercarán a  $70'$  cada uno i los lados  $a$  i  $c$  serán la mitad mas largos que el lado  $b$ . Si consultamos la tabla de logaritmos para aplicar la fórmula ya apuntada, podremos cerciorarnos de que cada centímetro de error o diferencia en el valor de  $b$ , o sean 120 unidades del 7.<sup>o</sup> orden decimal de su logaritmo i a su vez en el logaritmo de  $a$  equivalen a  $11\frac{1}{2}$  centímetros sobre el largo de este lado o de  $c$ ; que  $10''$  de error cometidos en la observación de los ángulos  $A$  o  $C$  solo equivalen a  $77$  unidades del 7.<sup>o</sup> orden en los logaritmos de sus senos, pero si cometi los sobre  $B$  equivalen a 245 unidades sobre su logaritmo seno; de aquí concluimos que si mantenemos la aproximación de 1 centímetro en



la medida de la base, solo obtendremos la de  $1\frac{1}{2}$  en la de los lados  $a$  o  $c$ ; que podemos contentarnos con una aproximación de  $15''$  en la medida de  $A$  o  $C$ , pero en cambio restringirla a  $5''$  en la de  $B$ , para obtener dicha aproximación de  $1\frac{1}{2}$  centímetros en los valores de  $a$  o  $c$ . Si hubiera el propósito de obtener 1 centímetro de aproximación en estos últimos valores, sería necesario medir la base  $b$  con una aproximación de 0.66 centímetros i el ángulo  $B$  con la de  $3''$  i fracción.

Si el punto  $B$  se alejara todavía de  $b$  de modo que su ángulo valiera solo  $20^\circ$ , el análisis de la cuestión nos haría ver que habría que medir la base  $b$  con 0.3 centímetros de aproximación, i el ángulo  $B$  con la de  $1''$  para obtener una aproximación de 1 centímetro en los valores de  $a$  i  $c$ .

Los dos últimos casos del ejemplo precedente hacen ver con claridad que las observaciones de diferentes elementos que concurren a la determinación de un resultado no deben ser hechas con igual precisión, o como se dice también no deben tener el mismo *peso* para que ejerzan igual influencia en el grado de precisión del resultado; observemos de paso cuán acertada es la aplicación de la expresión *peso* en estas circunstancias: en efecto, las observaciones que concurren a la determinación de un valor cualquiera pueden compararse con los pesos que actúan sobre diversos puntos de un cuerpo en equilibrio; si se trata simplemente de una barra rígida, cuyo punto de apoyo es cualquiera, para que haya equilibrio bastará que los pesos colocados en los extremos sean inversamente proporcionales a los brazos de palanca, i si el equilibrio es destruido por un pequeño aumento o disminución en uno de esos pesos, bastará para restablecerlo causar un aumento o disminución en el otro, inversamente proporcional a los brazos de palanca; i generalizando esta comparación, ella nos hace concebir que, así como en un cuerpo en equilibrio solicitado por muchas fuerzas i dotado de cierta inercia, siempre es posible determinar qué pequeño esfuerzo sería necesario aplicar en un punto dado para romper el equilibrio, así también cuando un resultado es determinado por muchas observaciones de datos diversos, será posible llegar a saber cuál es el tamaño de error que tendrá que afectar a una observación dada, para que su influen-

cia en el resultado alcance a hacerlo salir de los límites de precisión prescritos.

Cuando hablamos de tal o cual *grado de precisión* en las observaciones o en los resultados, esa expresión no significa que exista la *certeza* de que esa observación o resultado no esté afectado de un error mayor que el tal grado de precisión, sino únicamente la *probabilidad matemática* de que el valor aceptado no difiera del verdadero en más que la cantidad con la cual se indica el grado de precisión.

De aquí viene que para alcanzar un grado de precisión dado, hai dos modos de proceder: o bien empleando instrumentos cuya ínfima división sea menor que la precisión requerida, i tomando en cuenta todas las circunstancias cuya influencia alcance a recaer dentro de ese límite; o bien valiéndose de instrumentos cuya división sea mayor, pero repitiendo con ellos el número de observaciones en cantidad tal que el cálculo de probabilidades nos indique ser suficiente para que el *error probable* no pase del grado de precisión buscado.

Esto nos hace ver que con instrumentos, i en jeneral con medios de observación determinados, se pueden alcanzar grados de precisión muy diversos, i sujere tambien la idea de que inversamente se podrá obtener un grado de precisión determinado con un instrumento o medio de observación cualquiera.

Lo primero es muy cierto; pero para apreciar dentro de qué límites se verifica lo segundo, es necesario no perder de vista que para que se produzca la *probabilidad matemática* de no introducir un error superior a un límite dado, tienen que tomarse en cuenta en el cálculo de esa probabilidad *todas las causas de error* que pueden alterar las observaciones en cantidades sensibles respecto de ese límite. Si se trata, por ejemplo de medir un ángulo trazado sobre un papel, con un trasportador dividido solo en medios grados, i se anota solo el número entero de divisiones, la repetición de la medida no agregaria nada a la aproximación de la observación, que no pasará nunca de medio grado, mientras no se apreciara de alguna manera el grueso material de las líneas que forman el ángulo, las fracciones de división en cada lectura, i el verdadero valor de las divisiones del trasportador.

tador. Miétras tanto, si valiéndonos del mismo instrumento, combinamos varias observaciones alternando ámbos bordes de cada una de las líneas que forman los lados del ángulo, apreciando a la vista o con un lente las fracciones de medios grados, i efectuando la medida sucesivamente con diversas partes de la graduacion, llegaremos a restringir el error probable del resultado hasta pocos minutos

Miétras mas delicados sean los instrumentos con que se opera, mayor armonía debe procurarse en la anotacion de todas las causas de error; es claro, por ejemplo, que al medir una base seria inútil observar los contactos de las reglas con una precision mayor que las variaciones que la temperatura causa en los aparatos, si no se observaran esas temperaturas.

Todo método de observaciones envuelve, pues, para ser correcto, el estudio de las causas que alcanzan a tener sobre los resultados una influencia que recaiga dentro del grado de precision buscado, i la anotacion o registro de los efectos inmediatos de esas causas a la par de las observaciones; i para que las observaciones así obtenidas produzcan verdaderamente el *grado de precision* que corresponde a su número i exactitud, hai que aplicar a la discusion de los resultados el método de las probabilidades, lo cual supone a su vez que se han tomado en cuenta *todas aquellas causas*; i así como no se alcanzaria el resultado apetecido si se ha dejado de tomar en cuenta alguna de esas causas, tampoco se ganaria nada introduciendo correcciones provenientes de otras causas cuya influencia no alcanza a hacerse sentir dentro del grado de precision buscado.

Así, pues, para alcanzar cierto grado de precision se requiere, no precisamente que se empleen medios o instrumentos cuya aproximacion sea menor o igual a ese límite; pero sí que esos medios o instrumentos sean accesibles a las correcciones que dependen de todas las causas cuya influencia recae dentro de ese grado de precision.

### § 3

Observados i registrados los datos en el terreno, para llegar a obtener los elementos necesarios a la fijacion de los puntos de un levantamiento, hai que pasar por construcciones gráficas o

por cálculos, en los cuales, lo mismo que en la recolección de los datos, no se debe pretender nunca alcanzar una exactitud absoluta, sino una precisión relativa a la de aquellos datos, i que corresponda por consiguiente a la que se persigue obtener en los resultados.

Con las construcciones gráficas se introducen como causas de error las imperfecciones de los instrumentos de dibujo, i las inherentes a toda operación material efectuada por el hombre, o sea a las imperfecciones de nuestros sentidos del tacto i de la vista.

Con los métodos de cálculo o analíticos se introducen tres causas de error; la primera proviene de que raras veces la fórmula que se aplica conviene rigurosamente al caso que se pretende resolver, como por ejemplo el de un triángulo, en el cual para resolverlo como plano hai que partir de la falsa hipótesis de que las tres verticales de sus vértices son paralelas. La segunda causa de error proviene de que, cuando se emplean fórmulas algo complicadas (i esto sucede siempre que hai que introducir correcciones), raras veces se calculan todos sus términos, sino que se hace abstracción de algunos que se consideran despreciables. La tercera causa es debida a que jeneralmente no intervienen en el cálculo los valores mismos de los datos sino sus logaritmos i otros elementos tabulares, calculados con cierto grado de aproximación pero nó con exactitud absoluta.

Los efectos de estas causas de error sobre los resultados, guardan perfecta analogía con los efectos de las causas de error inherentes a las observaciones sobre ellas, de manera que el mismo criterio que ha de guiar al ingeniero para graduar la precisión de sus observaciones ha de servirle tambien para elegir sus métodos de cálculo, el grado de aproximación de sus fórmulas i el número de decimales de los valores tabulares que intervengan en sus cálculos. Vemos, pues, que le es tan indispensable conocer a fondo esos métodos, esas fórmulas i esas tablas, como sus instrumentos i métodos de observación.

Aquí conviene observar que cuando hablamos del conocimiento de una fórmula no nos referimos a su *jeneración*, ni queremos decir que sea indispensable retener dichas fórmulas en la

memoria, sino a su *discussion*, que es la que nos enseña a conocer la influencia de cada término, factor o coeficiente i nos lleva por consiguiente a apreciar la necesidad de tomarlos o no en cuenta, i con qué grado de aproximacion en cada caso.

Hemos dicho que el método i número de observaciones deben guardar relacion con el grado de precision que se desea obtener en los resultados, i ahora debemos agregar que, dadas ciertas observaciones, si por cualquier motivo no se han podido practicar con la exactitud o en el número que se hubiera deseado, sería inútil i contrario a la lójica buscar esa precision en la elaboracion de los resultados: debe de haber perfecta correspondencia entre los instrumentos i métodos de observacion con los de cálculo: tan absurdo sería, por ejemplo, corregir el valor de la refraccion atmosférica en vista de la altura del barómetro para el cálculo de una latitud observada desde la cubierta de un buque con el horizonte del mar, como no introducir esa correccion en los cálculos de latitudes observados con prolijidad en estaciones astronómicas situadas a diversa altura sobre el mar.

De las causas de error que se introducen en los cálculos i que hemos mencionado en primer lugar, hai una que es comun a todos los problemas de jeodesia: consiste en que las fórmulas que ligan los datos con los resultados están necesariamente basadas en una concepcion teórica de la forma del planeta, esto es, que la figura de la tierra es susceptible de definicion i jeneracion jeométrica, lo cual no es exacto. En efecto, el buen sentido nos dice (i la jeodesia moderna lo corrobora) que una masa compuesta de elementos de diversa densidad, seguramente en diferente estado de fluidez i sometida a atracciones múltiples i variables, no debe haber tomado al solidificarse una forma regular; pero si bien sabemos que la tierra no puede asimilarse en rigor a un cuerpo jeométrico, conviene dar una idea de los límites fuera de los cuales esas irregularidades comienzan a hacerse sentir.

#### § 4

Cuando tenemos a la vista el horizonte del mar, desde la cubierta de un buque, o desde la elevacion de una isla, nos es

fácil darnos cuenta del valor real de la curvatura terrestre; al mismo tiempo se nos hace palpable por la observacion de otros buques situados a cierta distancia, que un plano tanjente a la superficie del mar se confunde sensiblemente con ésta en cierta estension, i que, aunque pasada esa estension es mui perceptible la separacion entre dicha superficie i el plano tanjente en el *sentido vertical*, sucederá todavia en una estension mucho mayor, que los *elementos horizontales* comprendidos entre dos verticales cualesquiera, se proyectarán sobre aquel plano tanjente sin alteracion sensible.

En efecto, la influencia de la curvatura terrestre en el sentido vertical, medida por la separacion entre la superficie de nivel i el plano tanjente, es de 1 centímetro a 360 metros del punto de tanjencia; 10 centímetros a 1,140 metros; 1 metro á 3,600 metros, i cerca de 8 metros a 10,000 metros. Vemos, pues, que la superficie terrestre *no se confunde con un plano* sino dentro de límites mui estrechos; pero vamos a ver tambien que puede *representarse sobre un plano* sin deformacion sensible dentro de límites mucho mas apartados; estos límites son los mismos que separan los dominios de la *Topografía* de los de la *Jeodesia*, i nos interesa conocerlos desde luego.

La dificultad que se presenta para reproducir fielmente la figura exacta de una porcion algo estensa de la superficie terrestre sobre un plano, proviene de que una superficie de doble curvatura (como es el esferoide terrestre) no es desarrollable.

Si la tierra tuviera la forma de un cilindro o de un cono, podríamos imaginarnos una pequeña reproduccion de éste, desarrollado sobre un plano de modo que al perder la superficie su curvatura, no se alterasen ni los largos de las líneas ni las aberturas de los ángulos trazados sobre el cono o cilindro, ni por consiguiente, las áreas encerradas por polígonos cualesquiera. La superficie desarrollada (no tomando en consideracion la base o bases del cono o cilindro) sería tambien *continua*.

Si la tierra tuviera la forma de un cuerpo poliedro, como un cubo, icosaedro, etc., tambien podría estenderse sobre un plano sin que cambiasen los largos de las líneas, sus ángulos ni las superficies de cualquiera figura *comprendida dentro de cada cara del poliedro*, pero en cambio el desarrollo sería *discontinuo*, i los

puntos situados en diferentes caras, las líneas que pasaran de una cara a otra, etc. sufrirían alteracion en sus posiciones respectivas.

En una esfera, esferoide, o cuerpo de revolucion enjendrado por una curva cualquiera, no hai porcion ninguna de la superficie que pueda estenderse sobre un plano sin sufrir deformacion, de manera que *teóricamente* toda representacion plana de una parte de la superficie terrestre envuelve un *error*; pero sabemos, por otra parte, que toda representacion de esta clase tiene un objeto práctico, el cual solo exige cierto *grado de precision*; i por consiguiente siempre que el error que cometamos al tomar cierta parte de la tierra como un plano, sea *inferior* al límite de precision correspondiente al trabajo que se lleva a cabo, dicho error será *insensible* i prácticamente *no existirá*.

Los límites de estension de la superficie terrestre que se pueden representar sobre un plano sin deformacion sensible, varian necesariamente segun la forma mas o ménos alargada de la porcion que se considera; por ahora solo consideraremos la cuestion en toda su jeneralidad, suponiendo que se trata de un terreno igualmente estenso en todas direcciones, es decir, *circular*. Para figurarnos el efecto de semejante deformacion, imaginemos la convexidad de un casquete esférico de una película algo estensible i supongamos que se comprima sobre una superficie plana por medio de otra igualmente plana i resistente hasta que ámbas superficies no queden separadas sino por el espesor de la película; ésta quedará entónces convertida en un círculo que tendrá por diámetro el desarrollo de cualquier arco de círculo máximo que dividiera por mitad al casquete, de manera que la diferencia de diámetro entre la base del casquete ántes de ser estendido, i el círculo en que se ha convertido despues, es la diferencia entre un arco i su cuerda; i en la misma proporcion habrá aumentado de largo la circunferencia que limitaba el casquete. De manera que, al estender sobre un plano una porcion circular de una esfera, *si se mantiene constante el largo de los radios*, aumentarán de largo las líneas paralelas al contorno, en una progresion creciente miéntras mas cerca se hallen de éste.

Pasamos a dar una idea del valor de esta deformacion respecto de algunas estensiones de la superficie terrestre.

En un espacio de unos 80 kilómetros de diámetro, la alteración que sufren las líneas paralelas i cercanas al perímetro será de 1 a 20,000, lo cual es todavía despreciable para todo propósito topográfico; si el diámetro es de 150 kilómetros, la alteración llegará a 1 en 7,000, i si de 220 kilómetros, a 1 en 4,000. Ahora bien, como lo veremos, raras veces se usan *para propósitos topográficos* escalas menores que 1 a 100,000 i a esta escala un plano de 2 metros de costado podría representar la última estension de la superficie terrestre sin mayor alteración en las líneas que  $\frac{1}{2}$  milímetro; de modo que prácticamente puede representarse topográficamente sobre un plano i sin alteración sensible, *dentro de un tamaño manual*, cualquiera estension de terreno que allí quepa a escala topográfica. No olvidemos, sin embargo, que en las operaciones de nivelación, que tengan por objeto determinar el *relieve* del terreno dentro de la estension representada, la curvatura de la tierra tendrá una influencia mucho mas sensible, i que en el contorno de un círculo del diámetro que hemos supuesto de 220 kilómetros, la superficie terrestre se separaría del plano tangente en cerca de 1,500 metros.

En las operaciones geodésicas, cuyo objeto inmediato no es la representación gráfica del terreno a una escala dada, el límite desde el cual comienza a influir la curvatura terrestre en el cálculo de los triángulos, es determinado por el tamaño i el grado de precision de éstos; de tal manera que habrá que tomar en cuenta dicha curvatura, siempre que los errores angulares que provengan de asumir que los ángulos reducidos al horizonte de cada vértice son realmente ángulos planos de un triángulo, queden comprendidos dentro del límite de precision asignado a las medidas angulares del cánevas.

Para dar una idea acerca de la naturaleza de estos errores angulares, i asimilando la tierra a una esfera, recordemos que los lados de triángulos trazados sobre la superficie de la esfera terrestre, no serán otra cosa que los trazos de los planos verticales que pasan por los vértices de dos en dos sobre dicha superficie, es decir, arcos de círculos máximos; los ángulos, observados en los vértices i reducidos a su horizonte, serán los formados por las tangentes a los círculos máximos que tienen allí su intersección. Si imaginamos ahora un triángulo plano



formado por las cuerdas de los lados del triángulo esférico, es fácil darse cuenta de que cada ángulo del triángulo plano es menor que el correspondiente en el triángulo esférico: en efecto, si imaginamos un número cualquiera de puntos pertenecientes al círculo máximo, del cual forma parte el lado del triángulo esférico opuesto al vértice del ángulo que consideramos, i que concebimos unidos estos puntos con dicho vértice por cuerdas de la esfera, resultará una pirámide cuyos ángulos planos, como sabemos, suman ménos de  $360^\circ$ ; ahora bien, las proyecciones de estos mismos ángulos sobre el plano tangente a la esfera en el vértice que se considera, sumarán  $360^\circ$ , siendo por consiguiente cada proyeccion o ángulo formado por las tangentes, mayor que cada ángulo plano de la pirámide formado por las cuerdas de la esfera.

De manera que, si la suma de los tres ángulos del triángulo plano de las cuerdas vale  $180^\circ$ , la de los tres ángulos del triángulo esférico correspondiente, valdrá  $180^\circ + \epsilon$ , siendo  $\epsilon$  una cantidad angular denominada *exceso esférico*.

Podemos ahora concretar mas las ideas, diciendo que una triangulacion tiene el carácter de *jeodésica* siempre que se toma en cuenta el *exceso esférico* en el cálculo del cánvas. Déjase ver que esto sucederá siempre que la parte de exceso esférico que toca a cada ángulo, alcance a figurar numéricamente entre las cifras decimales que marcan la apreciacion de los cálculos.

La trigonometría esférica nos enseñará que el exceso esférico es proporcional a la superficie de los triángulos, i es fácil calcular que en una esfera de la magnitud del globo terrestre, dicho exceso, es de  $1''$  próximamente para un triángulo de 200 kilómetros cuadrados, que, siendo equilátero, mediría unos 21 kilómetros por lado; asimismo se ve que a un triángulo cuyos lados tengan

30 km., su superficie	394 km. <sup>2</sup> ,	corresponde	$2''$
40 " " "	700 " "	" "	$3''5$
50 " " "	1094 " "	" "	$5''5$
60 " " "	1575 " "	" "	$8''$

Estas cifras permiten formarse una idea de la precision que

debe dársele a la medida de ángulos en jeodesia, para que se haga sensible el exceso esférico.

En el sistema de *acotaciones*, un número cualquiera de puntos del espacio quedan completamente determinados por sus proyecciones sobre un plano i sus acotaciones respectivas. Pero si imaginamos que el plano de referencia afecta una curvatura, por lijera que sea, i que las rectas perpendiculares al plano sobre las cuales se miden las acotaciones, continúen siendo normales a la superficie curva, dejarán de ser paralelas entre sí; de tal manera que, si atribuimos al plano una curvatura creciente, los puntos situados por el lado de la convexidad, se irán separando; i aquellos situados por el lado de la concavidad, juntándose; sin que varíen ni sus proyecciones sobre el plano, ni el valor de sus acotaciones. Esto nos hace ver palpablemente que para determinar la posición recíproca de puntos referidos a una superficie curva, *no bastan* sus proyecciones i acotaciones. Es necesario, además, conocer la forma de la superficie de referencia, i relacionar la posición de los puntos con ciertas líneas o planos ligados de tal manera con aquella superficie que quede envuelta en ellos la lei de su jeneracion.

De allí viene que, desde que se efectuaron medidas algo escasas de la tierra i se reconoció que se operaba sobre un cuerpo *redondo*, se hizo sentir la necesidad de conocer la jeneracion de este cuerpo, i en su defecto, de reemplazar ese conocimiento por alguna hipótesis mas o menos plausible. Ahora bien, la idea de *redondez* sugería naturalmente la *forma esférica*, no solo por razones positivas i experimentales, sino i principalmente porque no habiendo todavía motivos para atribuirle mayor curvatura en un sentido que en otro, la hipótesis mas sencilla era la de un cuerpo cuya curvatura fuera igual en todas partes, i éste es la *esfera*. En efecto, no solo por su jeneracion es la esfera el mas sencillo i uniforme de los cuerpos sólidos, bastando un solo elemento, su radio, para determinarla; sino que todo lo que a este cuerpo se refiere participa del mismo carácter de sencillez: sus normales concurren al centro: sus secciones por planos son todas circulares; las de los planos que pasan por el centro son todos círculos iguales, cuyos planos son *normales* a la superficie, i por consiguiente un elemento angular de cual-

quiera de estos círculos determina el mismo elemento lineal en cualquier parte de la superficie esférica.

Los triángulos formados por la interseccion de tres planos normales a la superficie de la esfera con esta superficie, tienen por lados arcos de círculo máximo que pueden ser medidos por una misma graduacion, i sus ángulos dan la medida de los ángulos diedros formados de dos en dos por los planos de los círculos máximos, cuya interseccion comun, vértice de un triedro, es siempre el centro de la esfera.

Las primeras operaciones de jeodesia han sido practicadas dentro de la hipótesis de la tierra esférica; mas la precision introducida en esas operaciones con el perfeccionamiento de los instrumentos i de los métodos, i la cooperacion de la Astronomía, vinieron luego a poner de manifiesto la falta de exactitud rigurosa de aquella hipótesis: la existencia de un *achatamiento*, aunque relativamente pequeño, de la supuesta esfera, i la necesidad de tomar en cuenta ese achatamiento en la definicion del globoterrestre.

Pero el mismo criterio práctico que permite proyectar los levantamientos topográficos sobre un plano siempre que la deformacion no se haga sensible, aconseja tambien proyectar los levantamientos jeodésicos sobre una esfera, dentro de los límites en que las diverjencias entre esta representacion i la verdad no alcancen a afectar el resultado que se persigue. En efecto, cualquiera que sea la verdadera forma de una superficie redonda, siempre es posible imajinarse una porcion circular de ella bastante pequeña para que su base sea sensiblemente plana, i su superficie forme un pequeño casquete; las secciones del casquete perpendicular a su base podrán asimilarse a arcos de círculo, i se concibe que el radio medio de estos arcos determina una esfera con cuya superficie se confundirá sensiblemente la del casquete. El criterio práctico de que hablamos nos conduce pues, no a buscar una *esfera media* para sustituirla al *esferoide* terrestre en toda su estension, sino a determinar para cada campo de operaciones jeodésicas el radio de la esfera que se aparte ménos de la superficie terrestre dentro de esa estension, i que se llama el *radio de curvatura* de la tierra en esa parte; este mismo criterio nos conduce tambien a investigar

dentro de qué límites podrá seguirse ese procedimiento, i a reemplazarlo por otro mas perfecto cuando la estension de las operaciones i su grado de precision así lo exijan. Para dar una idea de los resultados a que ha llegado la ciencia a este respecto, se hace necesario introducir algunas otras consideraciones.

En primer lugar, i jeneralizando mas el ejemplo anteriormente citado, de varios puntos referidos a una superficie por sus proyecciones i acotaciones, recordemos que tanto la geometría descriptiva como la analítica nos enseñan que para poder resolver las cuestiones relativas a la interseccion de líneas sobre una superficie, o a las áreas encerradas por ellas, es indispensable conocer el modo de jeneracion de esas líneas, o en términos analíticos, que puedan ser definidas por sus ecuaciones. A su vez la jeneracion i la ecuacion de una línea están subordinadas a la jeneracion i ecuacion de las superficies que la determinan por su interseccion.

De ahí la necesidad, aun asumiendo que la tierra es un esferoide irregular, de reemplazarlo para la solución de los problemas de jeodesia, por un cuerpo definible geoméricamente. Ahora bien, así como la idea de redondez habia sugerido la esfera, la idea de *achatamiento* sugirió la de un *elipsoide de revolucion*, por ser de los cuerpos definibles geoméricamente aquel que mejor se adaptara al único dato que suministraban las primeras medidas de arcos de meridiano, esto es, que los arcos de una graduacion dada, abarcaban mayor distancia, i tenian por consiguiente menor curvatura a proximidad de los polos que cerca del ecuador. Además, el conocimiento del movimiento de rotacion de la tierra, i la idea de un estado fluido primitivo, acentuaban la verosimilitud de la hipótesis de una tierra elipsoidal.

Dentro de esta hipótesis se concibe el planeta enjandrado por una semi-elipse que jira al rededor de su *eje menor*, que viene a ser el *eje polar*; las secciones de este *elipsoide de revolucion*, perpendiculares al eje de rotacion, seran pues *círculos*, llamados por esto *paralelos*; las secciones que pasan por el eje polar determinarán *meridianos elípticos* todos iguales, cuya excentricidad será funcion del achatamiento del elipsoide i sus secciones por planos cualesquiera que pasen por el centro de-

terminarán elipses cuya excentricidad variará entre la del ecuador, *cero*, i la de los meridianos, segun la inclinacion del plano de la seccion con el del ecuador; elipses análogas a los *círculos máximos* de una esfera, pero cuyos planos no serán ya normales a la superficie del esferoide, como aquellos a la de la esfera. En efecto, las normales a la superficie de un elipsoide de revolucion no concurren ya al centro como en la esfera, pero cortan todas al eje polar, las de un meridiano en el plano de éste, i todas las de un paralelo en un mismo punto, formando las jeneratrices de un cono; dos normales consecutivas de un meridiano, separadas por una distancia dada en la superficie, formarán un ángulo tanto menor cuanto mas cerca de los polos, e inversamente, dos normales que formen un ángulo dado abarcarán distancias crecientes del ecuador a los polos. Finalmente los triángulos formados por la interseccion de planos normales con la superficie del elipsoide, ni serán arcos de círculo, ni podrán medirse por una misma graduacion.

Para formarse una idea tanjible del modo de trasformacion de las líneas de la esfera en las de un elipsoide, bastaria observar lo que pasa con esas líneas en uno de esos aparatos de varillas flexibles de acero que sirven en física experimental para la demostracion de la fuerza centrifuga. Supongamos que en diversos puntos de las varillas de forma circular que representan los meridianos se han fijado otras varillas rectas tanjentes a aquéllas; i a escuadra con estas últimas, otras rectas tambien, i normales, las que estando el aparato en reposo concurrirán al centro. Fijemos nuestra imaginacion en tres de estas normales cercanas, por ejemplo, a la rejion polar, i pertenecientes a tres meridianos próximos, las que en el estado esférico del aparato forman un triedro cuyo vertice está en el centro; si concebimos que se imprima al aparato un movimiento lento de rotacion, baja el polo superior, disminuyendo la curvatura de las varillas meridianas en esa rejion; las tanjentes se inclinan hácia el eje polar, i las normales sin salir cada una del plano de su meridiano, cortarán al eje polar tanto mas lejos del centro, cuanto mas cerca este su pie del polo vecino; estas normales *no se acercan pues unas con otras* (no estando sobre el mismo paralelo), pero se comprende que si al perder el cuerpo la forma

esférica va achatándose lentamente por grados, esas normales no se apartarán bruscamente del centro sino que insensiblemente su comun interseccion se irá convirtiendo en un pequeño triángulo, i que miéntras sea pequeño el achatamiento pasarán bastante cerca una de otra para que el punto de la interseccion se conciba ensanchado formando un anillo de dimensiones muy reducidas en comparacion de las de la esfera.

Dentro de los propósitos de esta Introduccion basta el enunciado de estos caractéres jenerales del elipsoide para hacerse cargo de que, asumiendo que tal sea la forma de la tierra, podrá, sin embargo, en la práctica asimilarse una porcion limitada de ella a la porcion correspondiente de una esfera cuyo centro estuviera en el anillo que encierra los puntos mas próximos de las normales de esa porcion, siempre que ese anillo pueda considerarse *como un punto* dentro de los límites de precision asignados al trabajo que se efectúa; se ve, en efecto, que solo con esa condicion podrán considerarse como descritos con el mismo radio los arcos de círculo que forman los lados del triángulo esférico que se considera.

Mas en la superficie del esferoide las diferencias de radio se traducen por cambios de curvatura, i recordando lo dicho anteriormente acerca de las normales, se llegará a la conclusion de que la frontera entre el campo de accion dentro del cual puede asimilarse una porcion de la superficie terrestre a una porcion de esfera, i aquel en el cual hai que introducir los cambios de curvatura, quedará demarcado por el límite de la estension en que comience a hacerse sensible la diferencia de largo entre las distancias que separen dos normales de un mismo meridiano que forman un ángulo dado.

El límite de esa estension puede variar, segun el *sentido* del levantamiento geodésico (es decir, segun su mayor largo, sea en el sentido del *meridiano* o en el del *paralelo*) i segun los *grados de precision* que se pretenda alcanzar en el conjunto o en las partes del cáncvas trigonométrico.

En efecto, si se trata de largos encadenamientos de triángulos en el sentido del paralelo, como las medidas que actualmente se efectúan en Estados Unidos de Norte América i en Rusia, es obvio que las fajas que abarcan cada una de esas trian-

gulaciones se confunden sensiblemente con la correspondiente faja de una esfera que tenga por radio la jeneratriz del cono formado por las normales al elipsoide a lo largo del paralelo.

Por el contrario, si se trata de una triangulación en el sentido del meridiano, como lo demandaría el territorio de Chile, el cambio de curvatura se hace bien sensible, por el diferente largo de los grados de meridiano. Esta diferencia es de 12 metros entre un grado i otro en nuestras provincias del Norte, i se acerca a 20 metros en las del Sur. Cabe observar aquí que Chile se halla precisamente ubicado en el sentido i en la zona del esferoide donde es mas necesario tomar en cuenta esas diferencias, puesto que mas cerca del Ecuador o de los polos son ménos sensibles. Para ilustrar este hecho, así como para dar una idea de los *límites de precision* a que se puede llegar en jeodesia sin sentir las influencias del achatamiento (1), damos las siguientes cifras: en las latitudes vecinas al Ecuador o al polo la diferencia entre dos grados consecutivos apénas llega a 1 metro; alcanza a 10 metros entre los 15 i 16 grados (del Ecuador o del polo); 15 metros a los 25 grados, i se aproxima a 20 metros en la mitad del cuadrante hácia la latitud de 45 grados.

Para poner un ejemplo práctico, tomemos el caso del territorio chileno entre los paralelos de 18 i 44 grados de latitud Sur, en la suposición de que el cánvas jeodésico haya de servir de base para un plano a la escala de 1 a 100,000, construido con una precision tal que *dentro de cada hoja* las medidas gráficas no envuelvan ningún error mayor que el equivalente a la apreciacion material de  $\frac{1}{2}$  de milímetro. A la latitud de 18 grados, el grado de meridiano mide 110,675 metros, i a la de 44 grados, mide 111,111 metros; el valor medio de 110,893 metros difiere de cada uno de los extremos en 218 metros; de manera que si se aplica este valor medio a todos los grados del plano, se introducirían errores crecientes en cada grado al Sur i Norte del paralelo medio, errores que variarían entre 0 i 218 metros por grado. Esta última distancia equivaldría gráficamente a

(1) El *achatamiento* de la tierra, o sea la diferencia entre el eje polar i el diámetro ecuatorial, es  $\frac{1}{300}$  de este último.

2,18 milímetros para las hojas extremas, cantidad mas de cuatro veces mas sensible que el grado de precisión que se quiere alcanzar, lo cual nos hace ver que tendríamos que hacer intervenir en nuestros cánvas los elementos de la elipticidad terrestre.

En las operaciones comunes de *Jeodesia*, como en el caso que acabamos de mencionar, hai que aceptar valores i fórmulas que determinen la forma i dimensiones de un elipsoide o de las esferas osculadoras con que se sustituye en casos determinados, segun el alcance i precisión de los trabajos jeográficos o topográficos que se basan sobre aquellas operaciones. La rama de la Jeodesia que se ocupa de las investigaciones conducentes a la determinacion de esos valores i fórmulas i, en jeneral, de reunir todos los elementos que conduzcan a establecer la verdadera *forma i dimensiones* de la tierra, es la *Jeodesia Superior* (1). En esta ciencia, procediendo en el conjunto, como se procede en los detalles de cada operación, no se procura hallar de golpe valores exactos, sino que, partiendo de resultados adquiridos dentro de cierto campo de operaciones, para deducir de ellos los elementos de un elipsoide *que se aparte en esa estension lo ménos posible de la superficie terrestre*, se encaminan todos los esfuerzos a obtener *valores mas i mas precisos de esos apartamientos*.

Aquí se hace necesario esplicar que cuando se habla en Jeodesia de la superficie terrestre, no se entiende la superficie material de la tierra con todas sus irregularidades, sino la de un cuerpo ideal que se imagina sustituirla en toda su estension, i que se denomina el *jeóide*. Se atribuye a este cuerpo ideal la forma que tomaria el nivel de los mares prolongado en todas direcciones, i determinado en cada punto por la fuerza de gravedad, con la misma direccion e intensidad que actualmente tiene en ese punto.

Los trabajos de jeodesia superior que se prosiguen actualmente en diversas partes del globo, comprenden operaciones de órdenes muy variadas, como medidas de arcos de paralelo i de meridiano, nivelaciones de precisión, determinacion astronómi-

(1) Que en este sentido comprende también la *Asonómica Jeódica*.



ca de latitudes, longitudes i orientacion de líneas jeodésicas, i determinacion de la pesantez. Estos trabajos abarcan porciones relativamente reducidas del planeta, toda la Europa, la India inglesa, los Estados Unidos, i últimamente el Japon, Australia, Java, islas Hawaii, etc.; pero su rápida propagacion, así como el aumento de precision en los medios de observacion i en los métodos, nos hacen presajiar dentro de un porvenir nada remoto un conocimiento bastante perfecto del *jeóide*, para aplicar a cada pais el *elipsoide osculador* que mas convenga a su situacion i estension.

### § 5

En la digresion precedente solo hemos hablado de las formas jenerales de la tierra, sin tomar en cuenta las desigualdades locales de su superficie; éstas, en efecto, siendo enteramente irregulares, no pueden intervenir en un concepto de conjunto, i sus relieves no son tampoco bastante pronunciados para influir sobre este conjunto, desde que las montañas mas altas no alcanzan a la quinta parte de la medida del achatamiento total de la tierra.

No pasa lo mismo en el dominio de la topografía: siendo un plano topográfico completo una *descripcion gráfica* de una porcion cualquiera de la superficie terrestre, su confeccion comprende, no solamente la combinacion de cierto número de medidas para fijar cierto número de puntos, sino tambien la descripcion física de aquella superficie, es decir, de sus relieves, de los cursos de agua que la surcan, i del estado de su suelo, arenoso, pedregoso, árido o cubierto de vegetacion.

Conviene, pues, ántes de entrar a una clasificacion jeneral de los levantamientos, recordar algunas definiciones, mencionar algunos términos usuales, i dar un golpe de vista jeneral a los caracteres de un terreno, considerado como campo de accion de la Topografía, así como se lo hemos dado a los del planeta considerado como campo de accion de la Jeodesia.

El estudio del relieve del terreno hecho en vista de una representacion en el papel, que produzca la *impresion* de ese relieve, sea por medio de vistas perspectivas o del sombreado en los planos, es lo que se denomina la *orografía* (*ópos*, montaña);

mas cuando se hace ese estudio con el objeto de indicar en el dibujo las alturas de un gran número de puntos sobre un plano de referencia, se le da el nombre de *hipsometría* (*ὕψος*, altura).

La orografía de una rejion montañosa tal como se le presenta al viajero que recorre el *talweg* (*thal*, valle; *weg*, camino) o *vaguada* de un valle, es decir, en proyección vertical, ofrece el aspecto de una série de siluetas, que ya se destacan netamente unas sobre otras, ya se confunden vagamente segun que el brillo, dirección e inclinación de los rayos solares acentúan mas o ménos sus relieves, i que la transparencia o el estado brumoso de la atmósfera permita producirse con mayor o menor intensidad las gradaciones de la perspectiva aérea.

Pero si el observador se eleva hácia una cumbre dominante, a medida que la proyeccion vertical se va trasformando en horizontal, irá adquiriendo una idea mas i mas exacta de la configuración del terreno que tiene a la vista: las crestas aparentes se desvanecen unas tras otras, i asumiendo su verdadera proporcion, pasan a ser los dorsos jeneralmente aplanados de simples puntillas de cerro que marcan las ondulaciones sucesivas del valle.

Si el viajero ha ido ascendiendo por alguna quebrada o valle secundario, llegará hasta un punto donde comienza el descenso hácia otro valle, i allí podrá observar que se encuentra sobre la arista de separacion de dos superficies de pendiente contraria que se llaman las *vertientes* de la cadena de cerros o montañas, por cuanto las aguas que allí caen, *vierten* hácia el fondo de los valles opuestos. Una estacion semejante es mui apropiada para darse cuenta de lo estrechamente ligada que se halla la *orografía* de una rejion, con el estudio del curso de sus aguas o sea su *hidrografía* (*ὕδωρ*, agua); pues la interseccion de las vertientes, que forzosamente ha de ser una línea continua, forma al mismo tiempo el dorso del encadenamiento que separa los valles laterales, dorso que constituye la *línea divisoria de las aguas* entre ámbos valles.

Éstas divisiones de aguas son líneas jeneralmente mui sinuosas i de doble curvatura, que tienen puntos culminantes i *depressiones*, siendo estas últimas los puntos de *paso* naturales entre un valle i otro, llamados por esto *puntos secos*, *puertecuelos*, *portillos*, *boquetes*, etc., segun la localidad.

Los encadenamientos principales de montañas de una isla o continente separan jeneralmente aguas que no se vuelven á juntar, i desaguan directamente en el mar a distintos lados de la isla o continente, que así queda dividido por las líneas de vertientes de estos encadenamientos en grandes *rejiones hidrográficas*. Estas rejiones hidrográficas son subdivididas en *cuencas u hoyas hidrográficas* especiales a cada rio por las intersecciones de las vertientes de los *contrafuertes* o *estribos* del encadenamiento principal, i estas hoyas de los rios principales pueden considerarse a su vez subdivididas en otras secundarias, terciarias, etc., que corresponden a sus afluentes.

Puede decirse, por consiguiente, que la orografía de una rejion queda determinada, no por los mayores relieves del terreno, sino por sus *contornos hidrográficos*, como son las divisorias de aguas i las vaguadas.

En efecto, desde las rejiones de fragosa cordillera donde los valles son *encajonados*, las laderas cortadas por *barrancos*; donde las cimas de las montañas se destacan en forma de *picos* i *pica-chos* inaccesibles; pasando por la rejion medianamente accidentada donde los cordones de cerros vienen a rematar alternativamente a uno i otro lado del valle, formando *rinconadas*, donde las cumbres son *morros* redondeados; hasta la rejion de las pendientes suaves, donde el rio desenvuelve sus sinuosidades entre *lomajes* i *colinas* que rematan en ondulaciones insensibles; i las planicies i *pampas* que forman horizonte como el mar; entre estos limites extremos, decimos, los caractéres orográficos pasan por todos los grados posibles desde la definicion mas precisa a la mayor vaguedad. No sucede lo mismo con los caractéres hidrográficos; sea que se trate de un torrente o de un manso rio, los puntos de partida i de llegada, o sea de separacion i de reunion de las aguas, quedan deslindadas por contornos perfectamente fijos, i aunque falte la presencia de las aguas para que esos contornos sean perceptibles a la vista, serán siempre suceptibles de ser determinados por los procedimientos de la topografía.

## § 6

Ántes de entrar al estudio especial de cada uno de los ramos en que se descompone la ciencia de medir la tierra, conviene

todavía dar algunas ideas jenerales, pero ordenadas i precisas, acerca de las diversas clases de trabajo que esa medida envuelve en todos sus grados, i de los medios de accion que se emplean para realizarlos. Consideramos necesaria esta clasificacion previa, porque cada operacion elemental, cada método i cada instrumento de topografía o de jeodesia pueden encontrar su aplicacion en la ejecucion de trabajos mui diversos; i dentro del objeto esencialmente práctico de la enseñanza de estos ramos, tendremos que hacer constantes referencias a esas operaciones, métodos é instrumentos, ántes de haber llegado a su estudio detenido i particular.

Principiaremos por pasar en revista las diversas categorías de levantamientos que exige el conocimiento de un país, en su órden de secuencia natural, desde el cróquis del explorador hasta las operaciones que requieren mas detalles i mas precision.

*Esploracion de rejiones desconocidas.*— Las dificultades que hai que vencer para el levantamiento de una rejion inesplorada pertenecen mas bien al órden material que al científico: variarán segun los caracteres de la rejion, si es montañosa o plana, si boscosa o desnuda, arenosa o pantanosa; si los rios son o no vadeables; segun las facilidades para recorrerla o abastecerse. El explorador deberá recojer todas las indicaciones posibles acerca de estos puntos, ántes de emprender su viaje; estos primeros datos le permitirán formarse una idea de la exactitud i estension que podrá dar a sus trabajos, i saber qué clase de instrumentos le será dado trasportar, i por consiguiente qué clase de observaciones podrá practicar. Cuando, como sucede con frecuencia, el levantamiento es un objeto accesorio de una exploracion jeológica, minera, militar, etc., habrá que limitarse forzosamente a recojer aquellos datos i practicar aquellas observaciones que no retarden el objeto principal del viaje.

En semejantes exploraciones se trata de practicar jeneralmente:

1.º Observaciones astronómicas para fijar la latitud i la direccion del meridiano, lo que se puede hacer con instrumentos mui portátiles;

2.º Observaciones astronómicas para determinar la hora local

i hacer el consiguiente cálculo de la longitud, para lo cual se requieren un cronómetro e instrumentos algo mas precisos que para la latitud;

3.º Observaciones de rumbos magnéticos o ángulos en jeneral, lo que puede hacerse con instrumentos manuales;

4.º La medida de distancias, la que raras veces se podrá hacer directamente, algunas por triangulacion, i jeneralmente por procedimientos indirectos o por estimacion;

5.º La medida de altitudes por medio del barómetro o hipsómetro.

Se ve que con semejantes datos se podrá siempre construir un croquis que contenga cierto número de puntos fijados ya aisladamente por su posición jeográfica, o en conexión unos con otros por rumbo i distancia, por intersecciones o por una combinación de estos métodos; estos puntos se elejirán de preferencia entre los que caracterizan el curso de los rios, entre las cumbres mas conspicuas de los cerros, i los pasos i portezuelos que separan un valle de otro. El dibujo de los croquis se hará por simples construcciones gráficas.

*Reconocimientos topográficos.* — En un país regularmente reconocido i explorado, i en el que por consiguiente son conocidos con alguna aproximacion el curso de los rios, la dirección de las cadenas de cerros, etc., los trabajos topográficos que ocurren con mas frecuencia son aquellos reconocimientos que se practican teniendo en vista un objeto especial, como la ubicacion de un camino, el trazado de un canal, el estudio de un ferrocarril, la eleccion de vértices para una triangulacion.

En los reconocimientos de esta clase no se debe perder de vista por un solo momento el objeto final del trabajo, tanto en la eleccion de los instrumentos como en la aplicacion de los procedimientos: por ejemplo, si se trata de un ante-proyecto de ferrocarril, no habrá que desplegar mucha prolijidad en la observacion de los ángulos de la línea poligonal que sirve de eje al estudio, i en cambio habrá que medir con cuidado las distancias, las pendientes longitudinales i trasversales, sobre todo en los pasos de rios i atraveso de cordones de cerros, puesto que lo que mas influirá en el costo de la línea, será su desarrollo i la importancia de las obras de arte. Si se trata, por el con-

trario, de un reconocimiento trigonométrico, nos concretaremos principalmente a establecer la forma de los triángulos, sin darle importancia al valor absoluto de las distancias.

Como en esta clase de operaciones el campo de acción es mas restringido que en los reconocimientos jeográficos, se emplean instrumentos algo mas precisos, aunque siempre portátiles, i se subdivide el trabajo para encargar a diferentes operadores cada categoría de observaciones, medida de ángulos, de distancias i nivelacion. Para la construccion de planos i perfíes se emplean los métodos gráficos.

*Levantamientos topográficos limitados.* — Éstos tienen por objeto, o bien el simple conocimiento de cierta estension de terreno, con indicaciones de su relieve, de sus caractéres físicos, o con mas frecuencia, la determinacion de la superficie de un fundo rústico, con la indicacion de sus divisiones naturales i artificiales, i plantaciones.

Esta categoría de trabajos, llamados comunmente *mensura i tasacion* de fundos, son todavía las tareas mas corrientes del agrimensor en Chile, i se practican haciendo una triangulacion apoyada en una base i con algunas medidas de comprobacion. En los contornos que se quiere determinar, se marca un número suficiente de puntos que se fijan por interseccion desde los vértices escojidos para la triangulacion. Todo el trabajo se hace por medio de instrumentos que dan numéricamente los ángulos reducidos al horizonte, i con estos datos se construye el plano, sea gráficamente, sea calculando los lados, sea reduciéndolo todo a un sistema de ejes coordenados. Como a la mensura de un fundo, se acompaña jeneralmente su tasacion, basada en valores del terreno i de las plantaciones, el ingeniero o agrimensor que se ocupa de estos trabajos debe tener algunos conocimientos de agricultura.

*Nivelaciones.* — La nivelacion de un terreno es jeneralmente un accesorio del levantamiento, pero puede ser tambien un objeto principal, i hai casos en que se efectúa sin levantamiento alguno, simplemente para averiguar diferencias de nivel.

Cuando se trata de un estudio mas prolongado en un sentido que en otro, como el trabajo de un camino, canal o cierro, se denomina *perfil longitudinal* aquel donde se indican las dife-

rencias de nivel en ese sentido; i los demas, perfiles o *secciones transversales*. Para el primero se emplean jeneralmente instrumentos que dan la línea horizontal, i para los segundos se suelen usar los que dan pendientes.

La prolijidad con que se hace una nivelacion depende de la relacion entre la pendiente del terreno i el objeto que se tenga en vista; por ejemplo, del desnivel entre los puntos obligados de partida i llegada de un canal, i del objeto del canal (regadio o navegacion).

Cuando el trayecto que se nivela no forma un polígono cerrado, es indispensable establecer una comprobacion, repitiendo el trabajo.

*Levantamientos hidrográficos.*—En la costa, en las vecindades de ríos o lagos sucede con frecuencia que los levantamientos topográficos tienen que comprender bahías, playas; o que hai que determinar las variaciones del nivel, profundidad de las aguas, o el caudal de una corriente para ubicar muelles desagués, bocas-tomas, etc., en cuyas operaciones se puede apelar a instrumentos i métodos que no figuran en la jeneralidad de los programas de topografías son, sin embargo, del resorte de este ramo, i especialmente en un país de un litoral tan estenso como el nuestro, es conveniente que el ingeniero posea los conocimientos jenerales de un oficial hidrógrafo.

*Cáneas jeodésicas.*—Cuando los trabajos topográficos se emprenden con un objeto sistemático, sea para estenderlos a todo un país, sea para poderlos prolongar despues, en cualquier sentido, es condicion indispensable hacerlos descansar sobre una triangulacion jeodésica, sin la cual no se podrian relacionar con alguna exactitud los puntos distantes, ni se podrian conectar las diversas partes del levantamiento de manera que no se haga sentir la influencia de la esfericidad terrestre.

El establecimiento de un cáneas jeodésico comprende: 1) la ereccion de señales fijas en los vértices de una o varias cadenas de triángulos, o de una red continua que cubra toda la superficie del cáneas; 2) la medida de una o varias bases con gran exactitud; 3) la medida de todos los ángulos de los triángulos; 4) la compensacion angular i cálculo de los lados; 5) la

fijacion de los vértices por coordenadas; 6) polígonos de nivelacion jeodésica o de precision.

Para medir las bases jeodésicas se emplean aparatos especiales, en los cuales, para obtener el mayor grado de precision posible, se trata, o bien de registrar minuciosamente durante la operacion todo cambio en las condiciones del aparato, o bien se procura que dicho aparato se mantenga en idénticas condiciones durante el trabajo.

Los instrumentos empleados para medir los ángulos eran antiguamente de gran tamaño; se han reducido mucho ahora, pero dándoles grados de precision suficientes que quedan perfectamente determinados en cada caso por la estension del del cánvas i magnitud de los triángulos. El largo de los lados en estos últimos requiere con frecuencia el uso de señales ópticas para la observacion de los ángulos.

Los métodos de cálculo se reducen en teoría a la aplicacion de fórmulas trigonométricas, i su principal complicacion en la práctica proviene de la necesidad de compensar todos los pequeños errores de observacion, para asignar a cada ángulo su valor mas probable en conexion con todo el conjunto del cánvas.

*Levantamientos topométricos.*—La diferencia entre un levantamiento topografico i uno topométrico, consiste en que en el primero, el figurado del terreno es hecho en gran parte *a la vista*; mientras que en el segundo todos los detalles son *deducidos de medidas* i tienen así un carácter de precision de que carecen aquéllos. Esta clase de levantamientos no se efectúan jeneralmente sino allí donde existe un cánvas jeodésico demarcado en el terreno por puntos o *señales trigonométricas*, las que les sirven entónces de puntos fijos de partida i referencia.

La primera operacion de un levantamiento topométrico es la de subdividir la triangulacion jeodésica para obtener la situacion de nuevos puntos a tal distancia uno de otro que se crucen los radios de accion de los instrumentos que se van a usar, o bien reunir los puntos trigonométricos por líneas poligonales cuyos vértices sirven de puntos secundarios. En esta clase de trabajos es donde encuentran su aplicacion dos de los procedimientos mas usados en la topografía, la *taquometría* i



los levantamientos *a plancheta*, a los cuales podríamos agregar un tercero destinado a prestar grandes servicios en las partes montañosas: los levantamientos *fotográficos*. Cada uno de estos procedimientos envuelve el uso de instrumentos especiales por medio de los cuales se relevan con rapidez muchos detalles, i que permiten formar los planos nacionales estremadamente prolijos que poseen hoy todos los países europeos.

Los métodos de cálculo que intervienen en la elaboración de los resultados, son facilitados por el uso de escalas i calculadores gráficos, principalmente aplicados al figurado del relieve del terreno por medio de curvas que permiten relevar en un plano topométrico perfiles en cualquier direccion, i los hacen sumamente propios para fundar anteproyectos de viabilidad i comunicacion.

Dentro de esta categoría se pueden clasificar tambien los levantamientos *catastrales* i de *planos urbanos*, que por la gran precision que requieren se llevan a cabo en cuanto es posible por medio de medidas directas.

*Estaciones jeodésicas i astronómicas.*—Las operaciones de *Jeodesia superior* consisten en las medidas de arco de meridiano i de paralelo; sea por triangulaciones especiales, sea que se utilicen tambien en el cánvas jeodésico de un país. Estos trabajos son de la incumbencia de Comisiones Jeodésicas que establecen para ello cierto número de estaciones; en cada una de éstas se hacen prolijas determinaciones astronómicas de latitud, longitud i orientacion de líneas jeodésicas, i determinacion de la intensidad local de la gravedad por medio del péndulo jeodésico.

Los instrumentos empleados para esta clase de trabajos, reunen en lo posible la exactitud con cierta facilidad de desarme i de transporte, i se procura, sobre todo, la precision para fijar el plano vertical del meridiano, en unos, i el plano horizontal en otros.

Lo que caracteriza los métodos de observacion i de cálculo de la Jeodesia superior, es la repeticion de las primeras i la minuciosa discusion de los resultados en las segundas, tendentes a desterrar toda corrección arbitraria por pequeña que sea. Así se han logrado obtener resultados que rivalizan en exactitud con los de los Observatorios fijos.

## § 7

Desde que la representación de la superficie terrestre tiene por punto de partida la *mensura* de distancias o ángulos, i en general, la apreciación de una medida, el hombre ha tenido que valerse desde la mas remota antigüedad de ciertos auxilios materiales que le permiten obtener en esa apreciación un mayor grado de exactitud que el que obtendría directamente por medio de sus sentidos; tales medios son los *instrumentos* de topografía i jeodesia.

Dichos instrumentos ofrecen una gran variedad, segun el objeto a que están destinados, el grado de precision de las medidas que se han de efectuar con ellos, el principio en que están fundados, i aun la rutina de los constructores; pero dejando a un lado por ahora los demas caractéres, concretémonos a anticipar respecto de su objeto algunas ideas jenerales que permitirán orientarse con mas facilidad para penetrar despues en los detalles.

La primera necesidad que ocurre en la fijación de puntos, es hacer a éstos visibles, o sea INDIVIDUALIZAR LOS PUNTOS. Las señales que se usarán con tal objeto podrán ser *materiales*, i de un tamaño proporcionado a las distancias i medios de vision, u *ópticas*, es decir, que consistan en la reflexion de rayos luminosos naturales (diurnos) o artificiales (nocturnos) en la dirección requerida.

Fijados dos puntos de una línea, los problemas mas sencillos que ocurren con relacion a ella, son demarcarla en el terreno, prolongarla o trazarle perpendiculares, las cuales se resuelven por medio de instrumentos destinados a fijar la dirección de una visual, o sea INDIVIDUALIZAR ESA VISUAL. Estos instrumentos son, o bien a *vision natural*, o de *antejo*; las visuales pueden fijarse directamente o por *reflexion* o *refraccion* con ayuda de espejos o prismas.

Individualizadas dos direcciones que parten de un punto, el apartamiento o ángulo que forman entre sí, es el primer elemento que parece ofrecerse para practicar una verdadera medida; raras veces, sin embargo, se miden los ángulos formados directamente

por dos rectas, sino mas bien por dos planos. Los instrumentos destinados a la medida de ángulos se denominan goniómetros (*γωνία*) ángulo), i entre ellos debemos distinguir:

Instrumentos para *medir ángulos entre rectas, en el plano de éstas*, sea por vision directa i sucesiva de los puntos que las fijan, o por vision simultánea de ámbos puntos con ayuda de la reflexion;

Instrumentos para medir *ángulos diedros de arista vertical*, o sea los ángulos formados por las proyecciones de dos rectas sobre el plano horizontal, e

Instrumentos destinados a medir el *ángulo que forma una recta con su proyeccion sobre el plano horizontal*, o sea la inclinacion de esa recta sobre el horizonte.

Dentro de estas tres categorías o de sus combinaciones, pueden siempre clasificarse los instrumentos para medir ángulos por mui complicados que sean.

La MEDIDA DE DISTANCIAS puede practicarse por medio de dos clases de instrumentos mui diversos:

Los primeros sirven para medir *directamente* líneas sobre un terreno, o sus proyecciones, aplicando sucesivamente una vara, cinta o regla material que sirve de unidad de medida;

Los segundos sirven para medir *indirectamente* distancias, por medio de la resolucion de un triángulo cuya base mui pequeña está en una mira i cuyo ángulo agudo, mui pequeño tambien, se forma en el instrumento. Los instrumentos de esta clase se combinan casi siempre con los que sirven para medir ángulos.

La MEDIDA DE ALTURAS o distancias verticales se lleva a cabo por medios mui distintos:

Por medidas *directas* sobre una línea vertical i plomada;

Por las partes de rectas verticales interceptadas entre planos horizontales sucesivos, los que se fijan por medio del *nivel de agua* o *de aire*, e

Indirectamente, por medio de la relacion que existe entre el *peso de las capas atmosféricas* en un punto dado, i la altitud de ese punto. Este peso puede apreciarse, o bien *equilibrándolo* con el de una columna fluida, como en el barómetro de mercurio; o bien *midiendo* el efecto que produce sobre un índice ligado a

una placa sometida a su influencia; o bien todavía calculando indirectamente la presión que ejercen esas capas atmosféricas, por la *tension* del vapor de agua al formarse, i ésta a su vez por la temperatura a que empieza la ebullición.

Para MEDIR EL TIEMPO, lo que ocurre en las observaciones astronómicas, se recurre a mecanismos complicados puestos en movimiento por la fuerza almacenada, en un cuerpo elástico, i regulados por disposiciones especiales. Se observará que estos instrumentos *miden automáticamente* el tiempo, i el observador no hace mas que anotar sus indicaciones, a diferencia de lo que sucede en la jeneralidad de nuestros instrumentos, en que los movimientos son producidos por el observador.

Para MEDIR EL RADIO TERRESTRE por medio de la intensidad de la pesantez, se utiliza la acción de esta fuerza sobre un *péndulo*, cuyo largo debe guardar cierta relación con la duración de sus oscilaciones isócronas, para una intensidad dada. Este aparato de física se ha convertido así, en un instrumento de Jeodesia.

### § 8

Hemos visto que la reproducción de una porción cualquiera de la superficie terrestre sobre un plano, implica una *deformación*, pero que la alteración no se hace sensible sino pasando de ciertos límites; estos límites son próximamente los de la extensión que cabe dentro de un plano topográfico de 1 a 2 metros en cuadro, a la menor escala (1) usada en la práctica para estos planos (1:100,000). Podemos, pues imaginarnos la superficie entera de la tierra representada sin deformación sensible en trozos planos; pero hai que tener presente que el conjunto de esos trozos no forma una superficie plana continua, sino un *cuerpo poliedro* de otras tantas caras; en otros términos, esta representación equivale a *proyectar* cada porción de 100 a 200 kilómetros en cuadro, sobre el plano tangente en el punto medio de su convexidad, i se denomina por esto *proyección poliédrica*.

Pero si bien este modo de proyección puede satisfacer las

(1) A escala mayor, esta deformación es naturalmente ménos sensible todavía.

necesidades de la *Topografía*, no pasa lo mismo con las de la *Jeografía* i de la *Navegacion*, ciencias ámbas a las cuales la Jeodesia presta su concurso para suministrarles medios de obtener representaciones de la superficie terrestre en la forma mas adecuada a sus necesidades; esto es, la de cartas *jeográficas* i *náuticas*.

Considerado bajo el punto de vista geométrico, el problema de representar el todo o porcion de una superficie esférica sobre un plano, se reduce a sustituir a la esfera otro cuerpo redondo desarrollable, que no puede ser sino un cilindro, un cono o una série de conos. Se concibe que tratándose de extensiones limitadas de la esfera, la *forma* de dichas extensiones sujere la eleccion mas conveniente: por ejemplo, una angosta faja en el sentido de un círculo máximo podrá ser sustituida con pequeñas deformaciones por una faja cilíndrica tanjente segun ese círculo, a la esfera; una faja en el sentido de un paralelo o círculo menor, será reemplazada sin gran alteracion por una faja tronco-cónica tanjente a la esfera segun el paralelo medio de aquélla; finalmente, una porcion moderadamente estensa en el sentido del paralelo, podría sustituirse por una série de fajas tronco-cónicas, cuyo apartamiento al ser estendidos sobre un plano no se hace sensible sino a cierta distancia del meridiano medio.

Dentro de estos sistemas de sustitucion caben varios modos de *proyectar* los puntos de la esfera sobre la superficie que se le sustituye; solo diremos por ahora que, segun el objeto especial de un mapa, se emplea para su construccion una proyeccion, o bien *equivalente*, en que las superficies se mantienen sin alteracion; u *ortomorfa*, en la cual se mantienen los ángulos; o bien *de menor alteracion*, por la combinacion de las dos primeras.

Cualquiera que sea el sistema de proyeccion que se elija, las deformaciones se hacen mas i mas sensibles, miéntras mas considerable sea la forma de la esfera que se trata de representar, llegando a su máximo cuando se quiere construir un *mapamundi*, bien que en éstos aparecen de ordinario separados los dos hemisferios. Una solucion jeneral de este problema en toda su estension es dada por las proyecciones llamadas *perspectivas*, segun las cuales se representa cada hemisferio proyectado sobre

un plano paralelo al círculo máximo que le sirve de límite, tal como lo vería un observador situado a una distancia cualquiera sobre el diámetro perpendicular a dicho círculo máximo.

El trazado de meridianos i paralelos segun un sistema cualquiera de proyeccion, ha sido reducido a fórmulas i tablas que facilitan considerablemente esa operacion.

Cando se trata de levantamientos topográficos aislados, se forman simples planos *geométricos* en los cuales no aparece línea alguna del esferoide terrestre; hemos aludido ya a los procedimientos gráficos o analíticos que nos permiten construir estos planos, sea fijando los vértices independientemente uno de otro, sea refiriéndoles a un sistema de ejes rectangulares arbitrarios.

Pero cuando se trata de planos topográficos basados en medidas jeodésicas, i que abarcan el conjunto de un país, o de planos i mapas jeográficos, el sistema de coordenadas que se elije para fijar los vértices no es ya arbitrario sino el de los paralelos i meridianos del esferoide; de manera que cada punto de tales planos queda fijado por su *latitud* i *lonjitud*. Para llegar a este resultado es necesario, por una parte, trazar de antemano en el papel una red o cuadrícula de paralelos i meridianos bastante próximos para que sus elementos sean rectilíneos, i por otra, transformar los valores de los lados jeodésicos en coordenadas jeográficas de cada vértice. Esta última operacion, como la primera, es facilitada en la práctica por fórmulas i tablas que permiten sistematizar los cálculos i abreviarlos considerablemente.

Fijados en un plano todos los puntos del terreno cuya situacion ha sido determinada, resta todavía *dibujar* en él, el figurado del terreno, principalmente su relieve, i tambien sus caracteres físicos mas salientes, las vias de comunicacion, canales, divisiones políticas i administrativas, nomenclatura, etc.

El *dibujo de planos* constituye un verdadero arte, cuya base son las líneas, colores i signos *convencionales*, que se adoptan para la representacion de los caracteres o accidentes mencionados.

Poco a poco, i a medida que los trabajos jeográficos i topográficos han ido adquiriendo mayor precision, se ha ido deste-

rrando lo fantástico i arbitrario en el dibujo de planos, i hoy día se ha llegado a un convenio de signos casi universal i uniforme, que constituye parte del aprendizaje del ingeniero.

## § 9

Así como el levantamiento de planos en el terreno exige el empleo de instrumentos o medios de observacion, así tambien la operacion material del dibujo de un plano exige instrumentos o medios de construccion.

Figuran entre éstos, en primer lugar, los útiles i materiales de dibujo cuyo conocimiento práctico le es indispensable al ingeniero, desde que inicia su carrera, para no verse espuesto a ejecutar su trabajo en malas condiciones.

Vienen en seguida los instrumentos para trasferir al papel bajo la forma de *medidas lineales* los valores numéricos suministrados por el cálculo, o por los registros, o sea las *escalas*; i los que sirven para aplicar directamente medidas materiales.

Para reproducir *ángulos* se han ideado muchas formas del instrumento llamado en jeneral trasportador, i se emplean tambien los valores tabulares de las líneas trigonometricas.

La copia i reduccion de planos, de un tamaño a otro, puede hacerse por los medios ya descritos, o por otros medios mecánicos, valiéndose de instrumentos fundados en la teoría jeométrica de las *figuras semejantes*; o automáticamente por procedimientos fotografícos.

Finalmente, las superficies encerradas por figuras cualesquiera del dibujo, pueden determinarse mecánicamente por medio de instrumentos basados en las relaciones analíticas que ligan los valores de las áreas de una figura con las coordenadas de su perimetro, ya sean éstas consideradas como rectangulares o polares.

